

Кулаков Ю.И.

**ТЕОРИИ
ФИЗИЧЕСКИХ
СТРУКТУР**

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ю.И.КУЛАКОВ

К ТЕОРИИ ФИЗИЧЕСКИХ СТРУКТУР
(Четыре лекции для студентов НГУ)

Новосибирск
1968

530(045.3)
К 900

Высшим долгом физиков является
поиск тех общих законов, из ко-
торых путем чистой дедукции
можно получить картину мира.

Альберт Эйнштейн.

200384



НЕКОТОРЫЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ЕДИНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ КАРТИНЕ МИРА

Если вы считаете, что критика основных физических понятий может стать полем плодотворных исследований, то развивайте ее всеми средствами. В этом случае вы можете напасть на след чего-то, что приведет к новой точке зрения на природу мира.

Артур Эддингтон.

I. Исчерпали ли себя классические разделы теоретической физики?

В настоящее время, несмотря на серьезные трудности в области сильных взаимодействий, теоретическая физика продолжает бурно развиваться. Особое место, попрежнему, занимают работы по теории элементарных частиц, так как ни у кого не возникает сомнения в том, что именно здесь сосредоточены проблемы, связанные с наиболее глубокими физическими принципами. Что же касается остальных традиционных разделов теоретической физики, ставших уже классическими, таких как механика, специальная теория относительности, термодинамика, электродинамика, квантовая механика, то интерес к ним постепенно угас и подавляющее большинство работ в этой области носит исключительно утилитарный характер.

Действительно, согласие перечисленных разделов теоретической физики с экспериментом настолько убедительно, а математический аппарат их настолько хорошо разработан, что всякая попытка пересмотреть принципиальную сторону теории с целью ее улучшения,

заранее кажется обреченной на неудачу. И, тем не менее, прежде чем хоронить, разумеется, со всеми подобающими почестями, многие разделы теоретической физики как исчерпавшие себя в идейном отношении, стоит еще раз задуматься над их эвристическим содержанием.

В самом деле, ценность по настоящему глубокой физической теории не исчерпывается ее утилитарным значением—способностью связывать между собой различные известные физические явления и предсказывать новые. Последовательная физическая теория обладает еще и эвристической ценностью — в ней заложены, часто в скрытой форме, некоторые глубокие физические принципы, которые при умелой экстраполяции за пределы данной теории могут привести к созданию нового формализма или стать исходным пунктом новых физических идей.

Утилитарная сторона классических теорий действительно доведена до совершенства; трудности, которые здесь имеются, носят почти исключительно математический характер. Что же касается эвристического содержания отдельных разделов теоретической физики, то даже для классических теорий эта сторона вопроса остается совершенно неразработанной.

Как довольно тонко подметил Дж.Синг : " Физики сравнительно мало задумываются над тем, почему и как они делают то, что они делают, и против этого нельзя сильно возражать, так как человеческая активность подавляется самоанализом. Однако имеются случаи, когда опасность интеллектуальной путаницы больше опасности самоанализа".

2. Золотой век физики и "архитектурные излишества".

Отсутствие серьезных работ по основаниям физики объясняется отчасти трудностями, возникающими при попытке дать точную формулировку задачи, которая с одной стороны, в отличие от конкретных физических задач, связана с наиболее общими законами, присущими различным физическим теориям, а с другой, в отличие от философии, позволяла бы сформулировать эти закономерности на привычном аналитическом языке уравнений. С подобной ситуацией в математике

впервые столкнулся Эйлер при решении топологической задачи о кенигсбергских мостах. Он сразу же осознал, что она не может быть решена обычными методами геометрии, алгебры или комбинаторики, решил ее, но, сообщая свое решение Карлу Элеру, писал: "Это решение, по-видимому, имеет мало отношения к математике, и мне непонятно, почему следует скорее от математика ожидать этого решения, нежели от какого-нибудь другого человека, ибо это решение подкрепляется одним только рассуждением, и нет необходимости привлекать для нахождения этого решения какие-либо законы, свойственные математике".

Короче говоря, последовательное решение проблемы оснований физики требует особой методики исследования, существенно отличной от той, которая выработалась в течение длительного времени при решении конкретных физических задач.

Эйнштейн, как, может быть, никто из современных физиков, всю жизнь искал общие принципы, из которых путем чистой дедукции можно было бы получить картину мира. "На протяжении долгих лет, — писал он, — я всеми силами стремился придавать ясность основаниям науки и совершенствовать их". Однако своего рода отступничеством от научной веры стало считаться всякое высказывание сомнения в совершенстве признанных трактовок теории. В этом сказались и факты обожествления создателей современной физики и элементы слепой веры, мешавшие выявить недостатки трактовки и наложения теорий. Так, например, построение и наложение специальной теории относительности за шестьдесят лет ее существования упорно сохраняет все недостатки формального и далеко не совершенного в логическом отношении первоуложения. Нелогичность принятого построения этой действительно простейшей из современных теорий, к стыду многочисленной армии нескольких поколений физиков, была отмечена самим же Эйнштейном в конце его жизни. Однако, к этому времени всеобщая вера в совершенство принятого уложения настолько укрепилась, что к замечанию самого создателя теории отнеслись без должного внимания.

Главная же причина такого одностороннего развития теоретической физики, когда на передний план ставится утилитарная сторона дела, состоит в том, что вопрос об общих законах построения

физических теорий был просто преждевременным.

Действительно, период, начавшийся созданием специальной теории относительности и современной квантовой механики и закончившийся объяснением лэмбовского сдвига и аномального магнитного момента электрона в квантовой электродинамике, по праву может быть назван "золотым веком" физики. Этот период был замечателен тем, что удивительное согласие результатов теории с экспериментом достигалось формальным решением уравнений, содержащих величины, наши знания о которых ограничены интуитивными представлениями.

Возникла любопытная ситуация: С одной стороны — совершенный математический аппарат, с другой — поверхностная интуиция, от которой нельзя избавиться, когда речь заходит о фундаментальных физических понятиях, таких как длина и время, масса, энергия, электрический заряд и т.п.

В связи с этим не может не возникнуть вопрос, вполне естественный для эпохи "золотого века": А нужны ли вообще точные определения исходных физических понятий? Не является ли стремление к логически завершенным формулировкам физических теорий своего рода "архитектурным тщеславием"?

Действительно, что может дать уточнение и переосмысливание исходных понятий, если уравнения теории, весь ее формализм остаются без изменения? Ведь для того, чтобы получать превосходное согласие выводов теории с экспериментом, нет необходимости вникать в тонкости определений длины и времени, массы и энергии, волновой функции и заряда электрона. Нужно лишь проявить достаточно изобретательности и извлечь из всемогущих уравнений нужный результат.

3. Необходимость новых физических идей и унификации физических теорий.

Но "золотой век" физики кончился. Уравнения квантовой механики, теории относительности и квантовой электродинамики, по замыслу, исчерпали себя. Становится все более очевидным, что построение последовательной теории элементарных частиц возможно лишь на базе новых уравнений, нового формализма, новых физических идей.

Но прежде чем строить новую теорию полезно знать, как устроены старые классические теории. А разве наши знания традиционных разделов теоретической физики являются недостаточными? Эти знания утилитарны. Они вполне достаточны для объяснения ^{почти} любого физического явления, взятого из соответствующей области, но они недостаточны для установления общих физических принципов, из которых формализм теории вытекал бы как далеко нетривиальное следствие." Пока мы должны признать, — писал Эйнштейн незадолго до смерти, — что не имеем для физики общей теоретической основы, которую можно было бы считать ее логическим фундаментом".

Другим немаловажным обстоятельством, требующим пересмотра существующих физических теорий с точки зрения их унификации, является проблема преподавания.

Дело в том, что изучение современной физики чрезвычайно затруднено отсутствием общей картины строения физики в целом, генерального плана, на котором каждому разделу теоретической физики было бы отведено свое, вполне определенное место. Отсутствие такой единой физической картины мира приводит к тому, что исходные аксиомы, лежащие в основании тех или иных разделов физики, воспринимаются как случайные, обусловленные скорее историческими причинами, нежели внутренней необходимостью, что, естественно, не может не вызывать серьезных трудностей при попытке установить истинный характер физических закономерностей, лежащих в основании изучаемой теории.

Изучение физики требует больших усилий еще и потому, что каждый новый раздел ее связан с новыми принципами, никак не связанными с принципами предыдущих разделов, с понятиями, введение которых, как правило, основано только на интуиции, с новыми уравнениями, которые вводятся в теории без достаточных обоснований. Ситуация, сложившаяся в современной физике, удивительно сходна с положением дел в математике в начале XIX века. Эварист Галуа писал по этому поводу: "И учебные, и научные книги страдают одинаково от отсутствия четкости изложения. Возьмите любую книгу по алгебре, учебную или научную, и вы не найдете в ней ничего, кроме хаотического множества теорем, строгость которых представляет странный контраст с общим беспорядком. Кажется, что отдельные соображения обошли автору так дорого, что у него уже не

хватило сил объединить их и что его ум, истощенный идеями, положенными в основу труда, не в состоянии породить еще одну мысль, которая связала бы их воедино. Если вы все-таки встретите какой-нибудь метод, какую-нибудь связь или систему, то они обязательно оказываются фальшивыми и искусственными. Деление на разделы не обосновано, сопоставления произвольны, порядок условен. Этот недостаток, еще более тяжелый, чем отсутствие метода, особенно часто встречается в учебниках.

Наконец, серьезным недостатком существующей аксиоматики, а вместе с ней и изложения современной физики, является отсутствие в ней глубокой, принципиальной связи с экспериментом, именно благодаря которой физика и является наукой о природе. Если же эта связь завуалирована, если ей в аксиоматике отводится третьестепенное место, то изучение физики невольно сводится лишь к усвоению математического аппарата в ущерб овладению высокой культурой физического мышления.

4. Является ли логическая непоследовательность неизбежным спутником физических теорий?

Итак, речь идет о такой формулировке известных физических теорий, которая позволяла бы ввести исходные физические понятия с такой же степенью строгости, какая имеет место в математике при аксиоматическом методе изложения.

Но возможно ли это? Ведь физика в отличие от математики, имеет дело не только с абстрактными схемами и понятиями, свойства которых могут быть при желании предельно строго определены соответствующими аксиомами, сколько с реальными физическими объектами, свойства которых определяются совокупностью конкретных опытных данных, полученных с помощью конкретных измерительных операций. Но именно конкретный характер измерительных операций является наиболее уязвимым местом любой физической теории, затрудняющим ее аксиоматическую формулировку. Поэтому установление взаимного соответствия между готовой математической схемой и свойствами реальных физических объектов является типичной физической задачей, от правильного решения которой зависит внутренняя непротиворечи-

Вость и логическая стройность физической теории.

Не нужно приводить много примеров, чтобы убедиться в явном несоответствии между безупречной, математически точной, абстрактной системой с одной стороны и полунтуитивным, апеллирующим к наглядности методом введения основных физических понятий, с другой.

В самом деле, рассмотрим вопрос о таких "очевидных" понятиях как длина и время.

Начнем с длины, на основе которой вводится важное для всей физики понятие координаты. Обычно, пытаясь дать точное определение расстояния между двумя точками, описывают известную процедуру откладывания по прямой абсолютно твердого отрезка. Но что такое твердое тело? Интуитивно мы чувствуем разницу между резиновым шнуром и стальным стержнем, но для построения логически замкнутой физической теории такой подход, естественно, не может считаться удовлетворительным. Положение еще более усложнится, если мы попытаемся уточнить, что следует понимать под прямой, по которой необходимо откладывать измерительный отрезок. В самом деле, что такое прямая? Обычно, отвечая на этот вопрос, говорят: прямая, по определению, реализуется натянутой нитью или лучом света. Но принять такое определение прямой это значит связать фундаментальные для всей физики понятия длины и координаты с весьма специальными физическими явлениями, определить общее и фундаментальное через частное и случайное, что если и может быть в какой-то мере оправдано некоторыми интуитивными соображениями, то во всяком случае не может лечь в основу последовательной физической теории.

Аналогичные трудности возникают при определении времени. Что такое время? Обычно, отвечая на этот вопрос, говорят о процедуре измерения, позволяющей сравнивать изучаемое явление с так называемым "равномерным" процессом. Однако ясно, что сведение одного интуитивного понятия - времени, к другому - "равномерному" процессу, ничего не может изменить по существу. И здесь мы не можем избавиться от чувства неудовлетворенности, связывая фундаментальное для всей физики понятие - время, с весьма специальными физическими явлениями - движением Земли вокруг Солнца или электромагнитными процессами в резонаторе молекулярного

генератора, играющими роль эталонов "равномерных" процессов.

Приведенных примеров вполне достаточно, чтобы увидеть значительный разрыв, существующий между довольно низким уровнем наших представлений об исходных физических величинах и математическим аппаратом, применяемым физикой. По этому поводу можно было бы привести многочисленные высказывания Пуанкаре, Эйнштейна, Бора, Гейзенберга, но пожалуй, самым откровенным является высказывание Дж.Синга : " О существующем в действительности неравенстве $M \neq \Phi$ (Φ - описание физических объектов в терминах измерительных операций, M -описание физических объектов на языке математики - Ю.К.) лучше не говорить громче чем шепотом, ибо это чрезвычайно опасно , - пишет он в своей книге "Общая теория относительности". - Стоит поверить этому неравенству, как тут же окажется разорванной связь между математикой и физикой, и как та, так и другая , станут бесплодными, потеряв возможность взаимного оплодотворения. Здесь мы позволим себе сказать об этом шепотом лишь в качестве извинения перед читателем, который надеялся увидеть математику и физику общей теории относительности, связанными прочными цепями ясной и последовательной логичной мысли. Это невозможно. Сначала и до конца нам неизбежно придется изворачиваться, действуя наобум. И если в этой книге будут некорректности при различении M и Φ , то их будет не больше, чем допущено (и с необходимостью должно быть допущено) во всех аналогичных книгах. Такого рода печальное положение присуще не только общей теории относительности; формула $M \neq \Phi$ вечный спутник любой области математической физики".

К счастью, такая пессимистическая точка зрения является, повидимому, ошибочной. Однако , надо признать, что преодоление логических трудностей при построении последовательной физической теории, представляет собой задачу, решение которой становится возможным лишь при использовании принципиально новых методов исследования.

Излагаемая ниже теория физических структур представляет собой попытку "бурбакизации" физики, пересмотра ее оснований с единой точки зрения, в основу которой вместо нескольких различных, полунинтуитивных образов + частица, поле, пространство, время

положено одно единственное понятие — физическая структура. Как будет показано ниже, это понятие, с одной стороны является достаточно общим, чтобы охватить всевозможные физические явления, и в то же время достаточно конкретным, чтобы служить эффективным инструментом, позволяющим по опытным данным, полученным при измерении вполне определенных физических величин с помощью совершенно конкретного прибора, установить факт существования фундаментального физического закона. Физическая структура является тем самым первичным понятием, позволяющим установить единство между различными физическими теориями и получить как следствие такие, на первый взгляд не имеющие ничего общего, постулаты, как аксиомы Евклида и закон Ньютона, оба начала термодинамики и принцип постоянства скорости света, уравнения Максвелла и принцип суперпозиции, лежащий в основании квантовой механики.

Мы надеемся, что пересмотр всей физической картины мира с точки зрения физических структур позволит установить общие принципы построения физических теорий, устранить барьер непонимания, разделяющий физиков и математиков и, перефразируя слова Бертрана Рассела, сказать: "Физика владеет не только истиной, но и высшей красотой — красотой холодной и суровой, подобной красоте скульптуры. Возвышенно чистая, она способна к такому строгому совершенству, которое доступно только величайшему искусству".

ОБ ОДНОМ ПРИНЦИПЕ, ЛЕЖАЩЕМ В ОСНОВАНИИ КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Знание принципов легко
возмещает незнание некото-
рых фактов.

Гельвеций.

Общая черта всех физических законов состоит в том, что различные физические объекты, принадлежащие к определенным классам, равноправны по отношению к рассматриваемому закону. Ниже излагается математический аппарат, позволяющий естественным образом формулировать это равноправие. Оказывается, что из одного только требования равноправия можно вывести далеко идущие следствия о возможной структуре физических законов. Общий принцип, лежащий в основе формулировки физических законов, записывается в виде системы функциональных уравнений весьма специального вида, для решения которых предлагается эффективный метод. В дальнейших работах будет показано, каким образом этот принцип может быть применен к обоснованию ряда известных физических теорий. Этот же подход позволяет предвидеть некоторые структурные особенности еще не построенных, но принципиально возможных теорий.

Рассмотрим два произвольных множества: множество M с элементами $i, k, \dots, \ell$, и множество N с элементами $\alpha, \beta, \dots, \gamma$. Допустим, что каждой паре $i \in M, \alpha \in N$ сопоставляется действительное число $a_{i\alpha} \in \mathbb{R}$, так что в конечном итоге множеству $M \times N$ сопоставляется некоторая числовая матрица $A = \|a_{i\alpha}\|$. Так если M и N множества физических объектов различной природы, то $a_{i\alpha}$ — результат эксперимента, характеризующий отношения, в которых находятся объекты i и α .

Мы будем говорить, что на множествах M и N задана физическая структура ранга (m, n) , если m, n чисел

$$a_{i\alpha}, a_{i\beta}, \dots, a_{i\gamma}; a_{k\alpha}, a_{k\beta}, \dots, a_{k\gamma}, \dots; a_{e\alpha}, a_{e\beta}, \dots, a_{e\gamma},$$

стоящих на пересечении любых m строк $i, k, \dots, e$ и любых n столбцов $\alpha, \beta, \dots, \gamma$, связаны между собой функциональной зависимостью

$$\varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, \dots, a_{i\gamma}; a_{k\alpha}, a_{k\beta}, \dots, a_{k\gamma}; \dots; a_{e\alpha}, a_{e\beta}, \dots, a_{e\gamma}) = 0, \quad (1)$$

вид которой не зависит от выбора подмножества из m элементов

$$\mathcal{M}_m = \{i, k, \dots, e\} \subset \mathcal{M}$$

и подмножества из n элементов

$$\mathcal{N}_n = \{\alpha, \beta, \dots, \gamma\} \subset \mathcal{N}$$

При этом предполагается, что функция φ аналитична и не может быть представлена в виде суперпозиции аналитических функций меньшего числа переменных.

Мы будем говорить также, что функциональная зависимость вида (1) задает физический закон ранга (m, n) , инвариантный относительно выбора конечных подмножеств $\mathcal{M}_m$ и $\mathcal{N}_n$ и реализуемый на множествах $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$.

Равенство (1) является, по сути дела, символической записью бесконечной системы функциональных уравнений относительно одной неизвестной функции от $m \cdot n$ переменных $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_{mn})$ и одной неизвестной бесконечной матрицы $A = \|a_{i\alpha}\|$, представляющей собой одну числовую функцию от двух нечисловых аргументов i и α . Таким образом, задача состоит в том, чтобы найти такую бесконечную матрицу $A = \|a_{i\alpha}\|$ и такую функцию $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_{mn})$, что для любой прямоугольной $m \times n$ -мерной подматрицы A'_{mn} матрицы A все ее элементы, подставленные в φ , обращали бы $\varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, \dots, a_{e\gamma})$ в нуль.

Требование существования соотношений (1) при любом выборе m элементов из множества M и n элементов из множества N мы называем принципом обобщенной инвариантности. Этот принцип наиболее естественным образом выражает факт равноправия всех элементов множеств M и N по отношению к физическому закону ранга (m, n) .

В следующих работах мы покажем, что матрица $A = \|a_{i\alpha}\|$ и функция $\phi(x_1, x_2, \dots, x_{mn})$, являющиеся решением бесконечной системы функциональных уравнений (1) при заданных m и n , определяются однозначно, с точностью до некоторого преобразования, зависящего от выбора конкретной измерительной операции и несущественного для построения общей теории. Другими словами, требование одного только факта существования физического закона заданного ранга (m, n) , характеризуемого равенством (1), позволяет определить как допустимый набор экспериментальных данных $a_{i\alpha}$, так и конкретное выражение для самого физического закона.

В этой статье мы ограничимся рассмотрением физических структур наименьшего возможного ранга $(2, 2)$. На этом простейшем примере мы увидим, какие методы применяются при решении поставленной задачи. Кроме того, полученный здесь результат даст нам возможность проанализировать логический смысл, скрытый за традиционной формулировкой уравнения Ньютона, что и будет сделано в следующей статье.

Итак, мы ищем такую бесконечную матрицу $A = \|a_{i\alpha}\|$ и такую функцию от четырех переменных $\phi(x_1, x_2, x_3, x_4)$, чтобы элементы любой квадратной подматрицы A_{22} , построенной на двух произвольных строках i и k и двух произвольных столбцах α и β , были бы связаны между собой соотношением

$$\phi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{k\alpha}, a_{k\beta}) = 0 \quad (2)$$

От функции $\phi(x_1, x_2, x_3, x_4)$ мы потребуем лишь, чтобы она была дифференцируемой, и чтобы уравнение $\phi(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$ было разрешимо относительно любой из переменных.

Прежде всего, из всех элементов множеств M и N выделим по одному элементу $0 \in M$ и $0 \in N$, которые назовем "эталоном" в соответствующих множествах. Затем, разрешив (2) относительно $a_{i\alpha}$ и подставляя вместо k и β соответственно 0 и 0 , получим:

$$a_{i\alpha} = f(a_{i0}, a_{0\alpha}, a_{00}) = \varphi(x_i, \xi_\alpha), \quad (3)$$

где $x_i = a_{i0}$ и $\xi_\alpha = a_{0\alpha}$ — числовые параметры, характеризующие, соответственно, элементы множеств M и N .

Итак, задача нахождения матрицы $A = \|a_{i\alpha}\|$ или, что одно и то же, одной числовой функции от двух нечисловых аргументов i и α и одной функции от четырех переменных

$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4)$, свелась к нахождению $\varphi(x, y, \xi, \eta)$ и одной числовой функции $\varphi(x, \xi)$ от двух числовых переменных x и ξ таких, что

$$\varphi(\varphi(x, \xi), \varphi(x, \eta), \varphi(y, \xi), \varphi(y, \eta)) \equiv 0. \quad (4)$$

Подчеркнем, что равенство (4) является тождеством относительно переменных x, y, ξ, η , обозначающих соответственно

$x_i, x_k, \xi_\alpha, \xi_\beta$. Дифференцируя тождество (4) по x, y, ξ, η , мы получим систему четырех однородных уравнений относительно четырех неизвестных $\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \frac{\partial \varphi}{\partial x_2}, \frac{\partial \varphi}{\partial x_3}, \frac{\partial \varphi}{\partial x_4}$. Чтобы эта система имела отличные от нуля решения, необходимо, чтобы

$$\begin{vmatrix} u(x, \xi) & 0 & v(x, \xi) & 0 \\ u(x, \eta) & 0 & 0 & v(x, \eta) \\ 0 & u(y, \xi) & v(y, \xi) & 0 \\ 0 & u(y, \eta) & 0 & v(y, \eta) \end{vmatrix} \equiv 0, \quad (5)$$

где
или

$$u(x, z) = \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, z), \quad v(x, z) = \frac{\partial \varphi}{\partial z}(x, z),$$

$$\begin{vmatrix} w(x, z) & -w(y, z) & 0 & 0 \\ w(x, \eta) & -w(y, \eta) & 0 & 0 \\ 0 & w(y, z) & 1 & 0 \\ 0 & w(y, \eta) & 0 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} w(x, z) & w(y, z) \\ w(x, \eta) & w(y, \eta) \end{vmatrix} \equiv 0, \quad (6)$$

где

$$w(x, z) = \frac{u(x, z)}{v(x, z)}$$

Чтобы удовлетворить тождеству (6), необходимо и достаточно положить

$$w(x, z) = \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, z)}{\frac{\partial \varphi}{\partial z}(x, z)} = A(x) B(z),$$

где $A(x)$ и $B(z)$ — произвольные функции одного переменного.

Таким образом, задача сводится к решению следующего уравнения в частных производных

$$\frac{1}{A(x)} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, z) - B(z) \frac{\partial \varphi}{\partial z}(x, z) = 0 \quad (7)$$

Легко видеть, что общее решение уравнения (7) имеет вид

$$\varphi(x, z) = \int (R(x) \cdot S(z)),$$

где $\int(x)$ — произвольная функция от одной переменной,

$$а \quad R(x) = \exp \int A(x) dx \quad и \quad S(z) = \exp \int \frac{dz}{B(z)}.$$

Но так как $A(x)$ и $B(z)$ произвольны, то

$$a_{\mu} = \varphi(x_i, z_n) = \int (R(x_i) \cdot S(z_n)), \quad (8)$$

где $\chi(x)$, $R(x)$ и $S(x)$ — произвольные функции.
 Чтобы найти вид функции $\phi(x_1, x_2, x_3, x_4)$, пере-
 пишем (8) в виде

$$\chi^{-1}(a_{i\alpha}) = R(x_i) \cdot S(z_\alpha),$$

откуда легко получаем, что

$$\phi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{k\alpha}, a_{k\beta}) = \begin{vmatrix} \chi^{-1}(a_{i\alpha}) & \chi^{-1}(a_{i\beta}) \\ \chi^{-1}(a_{k\alpha}) & \chi^{-1}(a_{k\beta}) \end{vmatrix} = 0.$$

Итак, мы показали, что матрица $A = \|a_{i\alpha}\|$ и функция $\phi(x_1, x_2, x_3, x_4)$, удовлетворяющие принципу обобщенной инвариантности (2), определены с точностью до произвольной функции $\chi(x)$ от одной переменной и имеют вид

$$a_{i\alpha} = \chi(R_i S_\alpha)$$

где R_i и S_α — произвольные числа, и

$$\phi(x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{vmatrix} \chi^{-1}(x_1) & \chi^{-1}(x_2) \\ \chi^{-1}(x_3) & \chi^{-1}(x_4) \end{vmatrix}$$

В заключение благодарю Б.Я.Итвиельмана за многочисленные полезные дискуссии и А.А.Фета за постоянный интерес к работе.

НЬЮТОНОВСКАЯ МЕХАНИКА С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ ФИЗИЧЕСКИХ СТРУКТУР

По моему мнению, прежде всего нужно указать на то, что как раз введение в механику очень трудно излагать вдумчивым слушателям, не ощущая при этом необходимости то тут, то там приносить этим слушателям, не без некоторого смущения, извинения и не испытывая желания побыстрее перейти от введения к примерам, которые говорят сами за себя.

Генрих Герц.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы установить соответствие между результатами общей теории физических структур

[1] и традиционной формулировкой ньютоновской механики. При этом мы покажем, что два инварианта, возникающие в общей теории, могут быть отождествлены с массой и силой. Что же касается системы отсчета, то для ее характеристики существует третий инвариант, обращение в нуль которого является характерной особенностью "инерциальных" систем.

Возьмем в качестве множеств $\mathcal{M}$ и $\mathcal{U}$, фигурирующих в общей теории физических структур [1], два конкретных множества: множество тел $i, k, \dots, \ell, \dots$ и множество "ускорителей" $\alpha, \beta, \dots, \gamma, \dots$. Рассмотрим некоторую

ж) В настоящей статье под ускорителями мы будем понимать всевозможные механизмы, сообщающие телам различные ускорения.

экспериментальную операцию μ , осуществляемую в системе отсчета $\mathcal{B}$ и сопоставляющую каждому телу i и каждому ускорителю α действительное число $a_{i\alpha}^{(\mu, \mathcal{B})}$. При этом мы сделаем предположение, что отношения между множеством тел $\mathcal{M}$ и множеством ускорителей $\mathcal{U}$, осуществляемые измерительной операцией μ в системе отсчета $\mathcal{B}$, описываются физической структурой ранга $(2, 2)$. Это значит, что четыре величины $a_{i\alpha}^{(\mu, \mathcal{B})}$, $a_{i\beta}^{(\mu, \mathcal{B})}$, $a_{k\alpha}^{(\mu, \mathcal{B})}$, $a_{k\beta}^{(\mu, \mathcal{B})}$, относящиеся к любым двум телам i, k и любым двум ускорителям α, β , оказываются связанными между собой соотношением

$$\Phi(a_{i\alpha}^{(\mu, \mathcal{B})}, a_{i\beta}^{(\mu, \mathcal{B})}, a_{k\alpha}^{(\mu, \mathcal{B})}, a_{k\beta}^{(\mu, \mathcal{B})}) = 0.$$

Как было показано в [1], матрица $A = \|a_{i\alpha}\|$, удовлетворяющая принципу обобщенной инвариантности, должна иметь следующее строение:

$$a_{i\alpha} = \chi(R_i \cdot S_\alpha),$$

где $\chi(x)$ — произвольная функция одного переменного, а R_i и S_α — произвольные числа. В этом случае

$$\Phi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{k\alpha}, a_{k\beta}) = \chi^{-1}(a_{i\alpha})\chi^{-1}(a_{k\beta}) - \chi^{-1}(a_{i\beta})\chi^{-1}(a_{k\alpha}) = 0$$

Итак, если эксперимент μ , осуществляемый в системе отсчета $\mathcal{B}$, реализует на множествах $\mathcal{M}$ и $\mathcal{U}$ физическую структуру ранга $(2, 2)$, то для каждого μ и $\mathcal{B}$ должна существовать такая функция $\lambda_{\mu\mathcal{B}}(x) \equiv \chi^{-1}(x)$, что при любых $i, k \in \mathcal{M}$ и $\alpha, \beta \in \mathcal{U}$ имеет место соотношение:

$$\lambda_{\mu\mathcal{B}}(a_{i\alpha}^{(\mu, \mathcal{B})})\lambda_{\mu\mathcal{B}}(a_{k\beta}^{(\mu, \mathcal{B})}) - \lambda_{\mu\mathcal{B}}(a_{i\beta}^{(\mu, \mathcal{B})})\lambda_{\mu\mathcal{B}}(a_{k\alpha}^{(\mu, \mathcal{B})}) = 0 \quad (1)$$

Задача состоит в том, чтобы по опытным данным $a_{i\alpha}^{(\mu, \epsilon)}$ найти неизвестную функцию $\lambda_{\mu\epsilon}(x)$ и тем самым подтвердить сделанное вначале предположение о существовании физической структуры ранга (2,2).

Так как любая величина $a_{i\alpha}^{(\mu, \epsilon)}$ известна нам лишь с конечной точностью, то при нахождении $\lambda_{\mu\epsilon}(x)$ мы можем ограничиться лишь конечным числом членов разложения и искать $\lambda_{\mu\epsilon}(x)$ в виде:

$$\lambda_{\mu\epsilon}(x) = C_0^{\mu, \epsilon} + C_1^{\mu, \epsilon} x + C_2^{\mu, \epsilon} x^2 + \dots + C_n^{\mu, \epsilon} x^n \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) при фиксированных i, k, α, β мы получим одно уравнение для $n+1$ неизвестных $C_0^{\mu, \epsilon}, C_1^{\mu, \epsilon}, \dots, C_n^{\mu, \epsilon}$.

$$\Psi(C_0^{\mu, \epsilon}, C_1^{\mu, \epsilon}, \dots, C_n^{\mu, \epsilon}; a_{i\alpha}^{(\mu, \epsilon)}, a_{i\beta}^{(\mu, \epsilon)}, a_{k\alpha}^{(\mu, \epsilon)}, a_{k\beta}^{(\mu, \epsilon)}) = 0. \quad (3)$$

Однако, выбирая из $\mathcal{B}$ и $\mathcal{B}$ различные i, k, α, β , мы получим систему уравнений типа (3), число которых заведомо превышает число неизвестных $C_0^{\mu, \epsilon}, C_1^{\mu, \epsilon}, \dots, C_n^{\mu, \epsilon}$. Таким образом, если наше предположение о существовании физической структуры ранга (2,2) верно, то система уравнений типа (3) должна быть совместной и для каждой $\mu \in \mathcal{B}$ и, следовательно существует такая функция $\lambda_{\mu\epsilon}(x)$, что $\lambda_{\mu\epsilon}(a_{i\alpha}^{(\mu, \epsilon)})$ не зависит ни от μ , ни от ϵ , а зависит лишь от i и α , т.е.

$$\lambda_{\mu\epsilon}(a_{i\alpha}^{(\mu, \epsilon)}) = \lambda_{\nu\omega}(a_{i\alpha}^{(\nu, \omega)}) = \chi^{-1}(a_{i\alpha}) \quad (4)$$

где μ и ν — различные измерительные операции, принадлежащие к одному и тому же классу, ϵ и ω — различные системы отсчета.

Опыт показывает, что, если в качестве экспериментально измеряемой величины взять ускорение $w_{i\alpha}^{\epsilon}$ тела i под

действием ускорителя α , измеренное в системе отсчета $\mathcal{B}$, то в этом случае $\lambda_{\mu\sigma}(x)$ имеет наиболее простой вид:

$$\lambda_{\mu\sigma}(x) = a^\sigma + x. \quad (5)$$

При этом равенство (4) запишется в виде:

$$a^\sigma + w_{i\alpha}^\sigma = a^\omega + w_{i\alpha}^\omega = a^0 + w_{i\alpha}^0, \quad (6)$$

где O — фиксированная "эталонная" система отсчета.

Как следует из самого определения коэффициентов разложения $C_m^{\mu,\sigma}$, константа $a^\sigma \equiv C_0^{\mu,\sigma}$ не может зависеть ни от i , ни от α , т.е. является инвариантом относительно выбора i и α , и может зависеть лишь от системы отсчета $\mathcal{B}$.

Итак, согласно (1) и (5), имеем:

$$(a^\sigma + w_{i\alpha}^\sigma)(a^\sigma + w_{k\beta}^\sigma) - (a^\sigma + w_{i\beta}^\sigma)(a^\sigma + w_{k\alpha}^\sigma) = 0, \quad (7)$$

откуда

$$a^\sigma = \frac{w_{i\alpha}^\sigma w_{k\beta}^\sigma - w_{i\beta}^\sigma w_{k\alpha}^\sigma}{w_{i\alpha}^\sigma + w_{k\beta}^\sigma - w_{i\beta}^\sigma - w_{k\alpha}^\sigma}. \quad (8)$$

Таким образом, измеряя ускорения $w_{i\alpha}^\sigma$ разных тел i и k под действием разных ускорителей α и β в одной и той же системе отсчета $\mathcal{B}$, мы всякий раз будем получать по формуле (8) одно и то же число a^σ , которое зависит лишь от системы отсчета $\mathcal{B}$ и является его естественной характеристикой. Те системы, для которых $a^\sigma = 0$, мы будем называть естественными. Примером естественной системы отсчета является система падающего лифта или любая "инерциальная система" при отсутствии "сил тяготения". *)

*) Оба последних понятия мы взяли в кавычки, желая подчеркнуть их интуитивное и нестрогое происхождение.

Из (8) легко получить фундаментальное соотношение

$$(w_{i\alpha}^e w_{k\beta}^e - w_{i\beta}^e w_{k\alpha}^e)(w_{e\gamma}^e + w_{m\delta}^e - w_{e\delta}^e - w_{m\gamma}^e) - \\ - (w_{e\gamma}^e w_{m\delta}^e - w_{e\delta}^e w_{m\gamma}^e)(w_{i\alpha}^e + w_{k\beta}^e - w_{i\beta}^e - w_{k\alpha}^e) = 0$$

связывающее ускорения тел i, k, e, m , находящихся под действием ускорителей $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, измеренные в произвольной системе отсчета ϵ .

Кроме a^e , можно найти еще два инварианта. Так, из равенства (7) вытекает, что отношение двух сумм $a^e + w_{i\alpha}^e$ и $a^e + w_{i\beta}^e$, связанных с одним и тем же телом i и с двумя различными ускорителями α и β , не зависит от выбора этого тела, т.е.

$$\frac{w_{i\alpha}^e + a^e}{w_{i\beta}^e + a^e} = \frac{w_{k\alpha}^e + a^e}{w_{k\beta}^e + a^e} = \frac{w_{e\alpha}^e + a^e}{w_{e\beta}^e + a^e} = \dots = \varphi_{\alpha, \beta}, \quad (9)$$

где $\varphi_{\alpha, \beta}$ — некоторая величина, инвариантная относительно выбора тел и играющая роль относительной характеристики ускорителей α и β .

Точно так же, из равенства (7) следует, что отношение сумм $a^e + w_{i\alpha}^e$ и $a^e + w_{k\alpha}^e$, связанных с двумя различными телами i и k и с одним и тем же ускорителем α , не зависит от выбора этого ускорителя, т.е.

$$\frac{w_{i\alpha}^e + a^e}{w_{k\alpha}^e + a^e} = \frac{w_{i\beta}^e + a^e}{w_{k\beta}^e + a^e} = \frac{w_{i\gamma}^e + a^e}{w_{k\gamma}^e + a^e} = \dots = \psi_{i, k}, \quad (10)$$

где $\psi_{i, k}$ — новая величина инвариантная относительно выбора ускорителей и играющая роль относительной характеристики тел i и k .

Среди всех тел множества M выделим одно, обозначим его через O и назовем эталонным телом. Точно так же через O обозначим эталонный ускоритель. Подставляя в равенства

(9) и (10) вместо κ и β , соответственно, 0 и 0, получим:

$$w_{i\alpha}^{\epsilon} + a^{\epsilon} = (w_{i0}^{\epsilon} + a^{\epsilon}) \varphi_{\alpha,0} = (w_{00}^{\epsilon} + a^{\epsilon}) \psi_{i,0} \varphi_{\alpha,0},$$

или на основании (6), окончательно:

$$w_{i\alpha}^{\epsilon} + a^{\epsilon} = (w_{00}^{\epsilon} + a^{\epsilon}) \psi_{i,0} \varphi_{\alpha,0}. \quad (11)$$

Итак, мы показали, что сумма $w_{i\alpha}^{\epsilon} + a^{\epsilon}$, связанная с телом i и ускорителем α , равна произведению двух величин, одна из которых $\varphi_{\alpha,0} \equiv \varphi_{\alpha}$ является инвариантной характеристикой ускорителя α , а другая $\psi_{i,0} \equiv \psi_i$ — инвариантной характеристикой тела i .

Заметим при этом, что в качестве характеристик α и i можно было бы взять любые функции $U(\varphi_{\alpha})$ и соответственно $V(\psi_i)$ (любая функция от инварианта есть инвариант). Однако, чтобы ввести такую характеристику наиболее разумным способом, необходимо воспользоваться двумя следующими опытными фактами:

I. Рассмотрим произвольное тело i и два произвольных ускорителя α и β . Измерим ускорения $w_{i\alpha}^{\epsilon}$ и $w_{i\beta}^{\epsilon}$ и ускорение $w_{i,\alpha+\beta}^{\epsilon}$ тела i при одновременном действии ускорителей α и β .

Опыт показывает, что имеет место следующее соотношение, справедливое при любых α , β и i :

$$w_{i,\alpha+\beta}^{\epsilon} = w_{i\alpha}^{\epsilon} + w_{i\beta}^{\epsilon} + a^{\epsilon}. \quad (12)$$

Подставляя (11) в (12), находим, что $U(\varphi_{\alpha}) = \varphi_{\alpha}$ обладает свойством аддитивности:

$$\varphi_{\alpha+\beta} = \varphi_{\alpha} + \varphi_{\beta} \quad (13)$$

2. Рассмотрим теперь два произвольные тела i и k и один ускоритель α . Измерим ускорения $w_{i\alpha}^\epsilon$ и $w_{k\alpha}^\epsilon$ и ускорение $w_{i+k,\alpha}^\epsilon$ тела, полученного путем объединения тел i и k , при действии ускорителя α . Как и в предыдущем случае, результаты трех измерений оказываются связанными между собой, однако, в отличие от (12), эта связь имеет вид:

$$\frac{1}{w_{i+k,\alpha}^\epsilon + a^\epsilon} = \frac{1}{w_{i\alpha}^\epsilon + a^\epsilon} + \frac{1}{w_{k\alpha}^\epsilon + a^\epsilon}. \quad (14)$$

Подставляя в (14) выражение (11), находим, что $v(\psi_i) = \frac{1}{\psi_i}$ обладает свойством аддитивности:

$$\frac{1}{\psi_{i+k}} = \frac{1}{\psi_i} + \frac{1}{\psi_k}. \quad (15)$$

Таким образом, удобно в качестве характеристики ускорителя α взять $u(\varphi_\alpha) = \varphi_\alpha$ и назвать ^{ж)} ее силой F_α , а в качестве характеристики тела i взять $v(\psi_i) = \frac{1}{\psi_i}$ и назвать ее массой m_i .

Переписывая равенство (11) в новых обозначениях, получаем окончательно:

$$w_{i\alpha}^\epsilon + a^\epsilon = (w_{00}^\epsilon + a^\epsilon) \frac{F_\alpha}{m_i}. \quad (16)$$

Итак, закон Ньютона, записанный в традиционном виде (16), является следствием универсального соотношения (1) и опытного факта, состоящего в утверждении (4) и линейности $\lambda_{\mu\epsilon}(\alpha)$; кроме того, он содержит в себе два определения. Принятые определения силы $F_\alpha = \varphi_\alpha$ и массы $m_i = \frac{1}{\psi_i}$ удобны, так как в наиболее простой форме отражают факт существования двух дополнительных соотношений (12) и (14), связанных, соответственно, с композицией ускорителей α и тел i .

Литература:

[1] Д.И. Кулаков, "Об одном принципе, лежащем в основании классической физики". *Послано в ДАН СССР 28/1-68.*

^{ж)} В принципе мы могли бы назвать "силой" и "массой" любую функцию $u(\varphi_\alpha)$, и соответственно, $v(\psi_i)$, однако введенные таким образом величины обладали бы более сложными законами композиции.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

Каждая непротиворечивая, последовательная физическая теория должна содержать в самой себе все необходимое для определения и измерения тех величин, с которыми эта теория имеет дело.

Бор и Розенфельд.

Мы предлагаем геометрическую интерпретацию термодинамики, позволяющую весьма просто получить, исходя из опытных данных, ее основные понятия и законы.

Изложение состоит из двух независимых частей.

В первой части мы исходим из основного уравнения термодинамики, предполагая известными все основные понятия, и приходим к геометрической формулировке термодинамики с помощью двух видов метрики — симметрической и антисимметрической, а также к "конечному уравнению термодинамики", представляющему (повидимому, до сих пор не замеченную) интегральную форму основного уравнения. Во второй части, напротив, все основные понятия термодинамики вводятся заново, исходя из экспериментальных данных; в основе нашего подхода лежат геометрические соотношения, обнаруживаемые при непосредственном анализе экспериментальных результатов и сразу приводящие к обоим принципам термодинамики.

I. Мы рассмотрим простейший случай, исключив влияние электрического и магнитного поля на вещество. В этом случае основное уравнение термодинамики имеет вид

$$du = Tds - pdv. \quad (1)$$

Обозначим через $A_{im}^{(s)} = - \int_i^m P(s = \text{const}) dV$ работу, производимую над системой при адиабатическом переходе из состояния i в состояние m , а через $A_{mk}^{(T)} = - \int_m^k P(T = \text{const}) dV$ работу при изотермическом переходе из состояния m в состояние k . Тогда из (1) следует:

$$U_m - U_i = A_{im}^{(s)}$$

$$U_k - U_m = T_k (S_k - S_m) + A_{mk}^{(T)},$$

откуда, полагая $A_{ik}^{(ST)} = A_{im}^{(s)} + A_{mk}^{(T)}$, имеем

$$U_k - U_i = T_k (S_k - S_i) + A_{ik}^{(ST)}. \quad (2)$$

Аналогично, полагая $A_{ik}^{(TS)} = A_{im}^{(T)} + A_{mk}^{(s)}$, получим

$$U_k - U_i = T_i (S_k - S_i) + A_{ik}^{(TS)}. \quad (3)$$

Из (2) и (3) следует конечное уравнение термодинамики

$$A_{ik} = (T_i + T_k)(S_i - S_k) + 2(U_k - U_i), \quad (4)$$

где $A_{ik} = A_{ik}^{(ST)} + A_{ik}^{(TS)}$.

Положим, далее $S_{ik} = A_{ik}^{(ST)} - A_{ik}^{(TS)}$, тогда из (2) и (3) получим:

$$S_{ik} = -(T_i - T_k)(S_i - S_k). \quad (5)$$

Переходя к безразмерным переменным x и y

$$T_i = T_0 (x - y), \quad S_i = S_0 (x + y) \quad (6)$$

перепишем (5) в виде

$$S_{ik} = T_0 S_0 [-(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2]. \quad (6)$$

Итак,

$$x_i = \frac{1}{2} \left(\frac{S_i}{S_0} + \frac{T_i}{T_0} \right) \quad (13) \quad (14)$$

и

$$y_i = \frac{1}{2} \left(\frac{S_i}{S_0} - \frac{T_i}{T_0} \right)$$

можно истолковать как декартовы координаты состояния i в двумерном псевдоевклидовом пространстве, симметрическая метрика которого задается равенством (6).

Это наводит на мысль придать геометрический смысл также основному уравнению (4).

Если обозначить

$$R_i = 2U_i - T_i S_i = U_i + F_i,$$

где U_i и F_i — внутренняя и свободная энергия состояния i , то уравнению (4) можно придать вид

$$a_{ik} = T_k S_i - T_i S_k + R_k P_i - R_i P_k, \quad (7)$$

где

$$P_i = P_k = 1.$$

Теперь можно истолковать T_i , S_i , R_i и $P_i = 1$ как три существенные и одна "замороженная" координаты состояния i в некотором четырехмерном симплектическом пространстве, антисимметрическая метрика которого a_{ik} задается равенством (7).

II. Предположим теперь, что с помощью надлежащего описания экспериментальных процедур мы можем определить процедуры

"адиабатического" и "изотермического" изменения системы.

Подчеркнем, что такое предположение предшествует введению понятий энтропии и температуры и не основывается на этих понятиях. Каждой паре состояний i и k можно, как выше сопоставить две экспериментально измеряемые величины — работы $A_{ik}^{(ST)}$ и $A_{ik}^{(TS)}$.

Легко видеть, что

$$S_{ik} = A_{ik}^{(ST)} - A_{ik}^{(TS)} = S_{ki} \quad (8)$$

$$a_{ik} = A_{ik}^{(ST)} + A_{ik}^{(TS)} = -a_{ki}. \quad (9)$$

Симметричный характер S_{ik} наводит на мысль рассматривать эти числа как "расстояния" между состояниями системы. Как известно, в двумерной геометрии нулевой кривизны квадраты попарных расстояний между точками i, k, l, m обращают в нуль определитель Кейли-Менгера

$$\begin{vmatrix} 0 & S_{ik} & S_{il} & S_{im} & 1 \\ S_{ki} & 0 & S_{kl} & S_{km} & 1 \\ S_{li} & S_{lk} & 0 & S_{lm} & 1 \\ S_{mi} & S_{mk} & S_{ml} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (10)$$

Как показывает опыт, наши числа S_{ik} для любых четырех состояний системы удовлетворяют конечному уравнению (10); следовательно, можно ввести в пространстве состояний такую систему координат x, y , что S_{ik} может быть записано в виде:

$$S_{ik} = \pm (x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2. \quad (11)$$

Поскольку на опыте получаются как положительные, так и отрицательные значения S_{ik} , мы должны выбрать в (11) знак минус.

Вводя новые координаты

$$S = \sqrt{\frac{S_0}{T_0}} (x+y)$$

$$T = \sqrt{\frac{T_0}{S_0}} (x-y)$$

из (11) получаем (5) .

Эти координаты S_i и T_i мы будем по определению называть энтропией и температурой системы, находящейся в состоянии i .

Для антисимметрического скалярного произведения a_{ik} мы не нашли в литературе тождеств подобных (10) . Однако, соответствующий определитель может быть указан; оказывается, что опытные значения a_{ik} для пяти (для четного числа состояний определитель типа (12) тождественно равен нулю при $a_{ik} = -a_{ki}$) произвольных состояний i, k, l, m, n удовлетворяют уравнению:

$$\begin{vmatrix} 0 & a_{ik} & a_{il} & a_{im} & a_{in} & 1 \\ a_{ki} & 0 & a_{kl} & a_{km} & a_{kn} & 1 \\ a_{li} & a_{lk} & 0 & a_{lm} & a_{ln} & 1 \\ a_{mi} & a_{mk} & a_{ml} & 0 & a_{mn} & 1 \\ a_{ni} & a_{nk} & a_{nl} & a_{nm} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (12)$$

Можно показать, что определитель (12) обращается в нуль, если в качестве a_{ik} взять следующую антисимметрическую функцию от шести произвольных параметров:

$$a_{ik} = \alpha_i \beta_k - \alpha_k \beta_i + \gamma_i - \gamma_k \quad (13)$$

Отождествим α и β с S и T , введенными при рассмотрении симметрической метрики S_{ik} . Система уравнений

$$\begin{aligned} S_{ik} &= -(T_i - T_k)(S_i - S_k) \\ a_{ik} &= T_k S_i - T_i S_k + \gamma_k - \gamma_i \end{aligned} \quad (14)$$

допускает однозначное решение относительно T , S и γ , если одному фиксированному состоянию 0 приписать произвольные значения T_0 , S_0 и γ_0 , а другому состоянию 1 -

произвольное значение T_1 . Тогда имеем

$$T_i = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{2S_{01}} \cdot [(S_{i0} - S_{i1} + S_{01}) - (a_{i0} - a_{i1} + a_{01})], \quad (15)$$

$$S_i = S_0 - \frac{2S_{01}}{T_1 - T_0} \cdot \frac{S_{i0}}{(S_{i0} - S_{i1} + S_{01}) - (a_{i0} - a_{i1} + a_{01})}. \quad (16)$$

Если вместо γ_i ввести новую величину

$$u_i = \frac{1}{2} (\gamma_i + T_i S_i), \quad (17)$$

которую по определению назовем внутренней энергией системы в состоянии i , то будем иметь

$$u_i = u_0 - \frac{1}{2} (a_{i0} + S_{i0}) - \frac{2S_{01}}{T_1 - T_0} \cdot \frac{T_0 S_{i0}}{(S_{i0} - S_{i1} + S_{01}) - (a_{i0} - a_{i1} + a_{01})}. \quad (18)$$

Из (14) и (17) непосредственно вытекает конечное уравнение термодинамики (4), а из (4) легко получить уравнение (1).

Наконец, количество тепла, поглощенное системой при переходе из состояния i в состояние k по определению считаем равным

$$Q_{ik} = u_k - u_i - A_{ik}.$$

Легко показать, что

$$\frac{Q_{ik}^{(ST)}}{Q_{ik}^{(TS)}} = \frac{T_i}{T_k}.$$

В заключение считаю своим приятным долгом выразить свою глубокую признательность А.И.Фету, благодаря живому интересу и постоянным напоминаниям которого, настоящая статья доведена до конца.

1. Некоторые предварительные замечания о единой физической картине мира.....	1
2. Об одном принципе, лежащем в основании классической физики.....	10
3. Ньютоновская механика с точки зрения теории физических структур.....	16
4. Геометрическая интерпретация основных понятий термодинамики.....	23

Юрий Иванович Кулаков
К теории физических структур
(Четыре лекции для студентов НГУ)
Ответственный за выпуск Г.Г.Михайличенко

Подписано к печати 13/2-1968г. МНО4051
Формат бумаги 60X84 Объем 1,5 л. л. Цена 3 коп.
Тираж 200 экз. Заказ №74

Отпечатано на ротационте НГУ, Новосибирск, 80