Пример 20. Теория размерности

То, что в первую очередь отличает теоретическую физику от математики, это широкое использование *физических величин* — длины, времени, скорости, ускорения, температуры, силы, массы, энергии и т.д. и соответствующих *единиц* — метра, секунды, метра в секунду, метра на секунду в квадрате, кельвина, ньютона, килограмма, джоуля и т.д.

Что же такое физическая величина?

Любая физическая величина зависит прежде всего от самого́ физического объекта i и от соответствующей измерительной процедуры σ, позволяющей выявить те или иные характеристики этого физического объекта.

Обычно, имея перед собой простейшую, наглядную операцию измерения длины стержня, трактуют процедуру измерения любой физической величины как процедуру "откладывания" эталонного физического объекта e на измеряемом объекте i. Эту операцию ещё можно как-то представить и осуществить в случае измерения длины, сложнее — площади, и уже с большим трудом — объёма.

Но что значит "отложить" эталонное состояние на измеряемое состояние того или иного физического тела в случае измерения его температуры, плотности или намагниченности? Как, например, "отложить" один градус Кельвина на состояние нагретого тела?

Дело в том, что при более строгом рассмотрении процедуры измерения с точки зрения теории физических структур выясняется, что универсальный алгоритм измерения любой физической величины не имеет ничего общего с наглядным "откладыванием" эталона.

Процесс измерения физической величины предполагает существование целого множества

$$\mathfrak{S} = \{\sigma, \lambda, \ldots\},$$

различных по своей конструкции приборов с различными равномерными шкалами, предназначенных для измерения одной и той же характеристики рассматриваемого физического объекта i.

Физической величиной называется числовая функция двух нечисловых переменных:

физического объекта $i \in \mathfrak{M}$

и соответствующего измерительного прибора $\sigma \in \mathfrak{S}$, то есть

$$a : \mathfrak{S} \times \mathfrak{M} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$(\sigma, i) \longmapsto a_\sigma(i).$$

Другими словами, произвольно выбранный прибор σ сопоставляет каждому физическому объекту i число $a_\sigma(i)$, называемое физической величиной физического объекта i.

Рассмотрим несколько конкретных примеров:

Между множеством физических объектов $\mathfrak{M}$ и множеством соответствующих измерительных приборов $\mathfrak{S}$ имеют место вполне определённые устойчивые отношения, находящие своё выражение в факте существования простейшей

мультипликативной физической структуры ранга (2,2). Это значит, что четыре физические величины:

$$a_\sigma(i),\ a_\sigma(k) \qquad \text{и} \qquad a_\lambda(i),\ a_\lambda(k),$$

относящиеся к двум различным физическим объектам i и k и полученные в результате двух измерительных операций σ и λ, связаны между собой простейшим соотношением:

$$\begin{vmatrix} a_\sigma(i) & a_\sigma(k) \\ a_\lambda(i) & a_\lambda(k) \end{vmatrix} = a_\sigma(i)\,a_\lambda(k) - a_\sigma(k)\,a_\lambda(i) = 0$$

или

$$\frac{a_\sigma(i)}{a_\sigma(k)} = \frac{a_\lambda(i)}{a_\lambda(k)} = \ldots = a(k,\,i),$$

то есть отношение двух физических величин $\frac{a_\sigma(i)}{a_\sigma(k)} = a(k,\,i)$ не зависит от выбора измерительного прибора σ.

Таким образом, имеем

$$a_\sigma(i) = a_\sigma(k) \cdot a(k,\,i). \tag{1}$$

Если среди всех физических объектов, принадлежащих к множеству $\mathfrak{M}$, выбрать один объект

$$e \in \mathfrak{M}$$

и назвать его *эталонным* физическим объектом, то равенство (1) приобретёт вид:

$$a_\sigma(i) = a_\sigma(e) \cdot a(e,\,i). \tag{2}$$

Итак, любая физическая величина $a_\sigma(i)$ представляет собой произведение двух числовых функций $a_\sigma(e)$ и $a(e,\,i)$.

Первая числовая функция $a_\sigma(e)$ представляет собой физическую величину физического объекта e, принятого в качестве эталона. По традиции эта числовая функция называется *"единицей физической величины"* и обозначается так:

$$a_\sigma(e) = [\,a\,]_\sigma.$$

Она как бы вбирает в себя "ненужную" переменную, произвольную измерительную операцию σ, делая тем самым величину $a(e,\,i)$ инвариантной относительно выбора операции σ.

По традиции числовая функция $a(e,\,i)$ называется *численным значением физического объекта i при выборе в качестве эталона физического объекта e* и обозначается так:

$$a(e,\,i) = \{\,a\,\}.$$

Таким образом, равенство (2) в традиционных обозначениях выглядит следующим образом:

$$a_\sigma = [\,a\,]_\sigma \cdot \{\,a\,\}. \tag{3}$$

В случае, если эталонный физический объект e –"сантиметр"– и $a\,(см,\,i)\,=\,12$, то равенство (3) примет знакомый ещё из средней школы вид:

$$\ell_\sigma \,=\, см_\sigma \cdot 12 \qquad \text{или} \qquad \ell \,=\, 12\,см.$$

По традиции, идущей от наглядной процедуры измерения длины стержня путём откладывания на нём стержня, принятого за эталон, считается, что единица физической величины совпадает с соответствующим физическим объектом, принятым в качестве эталона. Но если это так, то единица скорости должна представлять собой частное от деления отрезка единичной длины на промежуток времени между двумя фиксированными событиями, принятыми за эталон, напоминая при этом нечто несуразное, типа частного от деления пирога на сапоги.

Итак, установление числовой природы физической величины $a_\sigma\,(i)$ и её единицы $a_\sigma\,(e)$ снимает многие проблемы, возникающие при рассмотрении уравнений, описывающих физические законы, а именно:

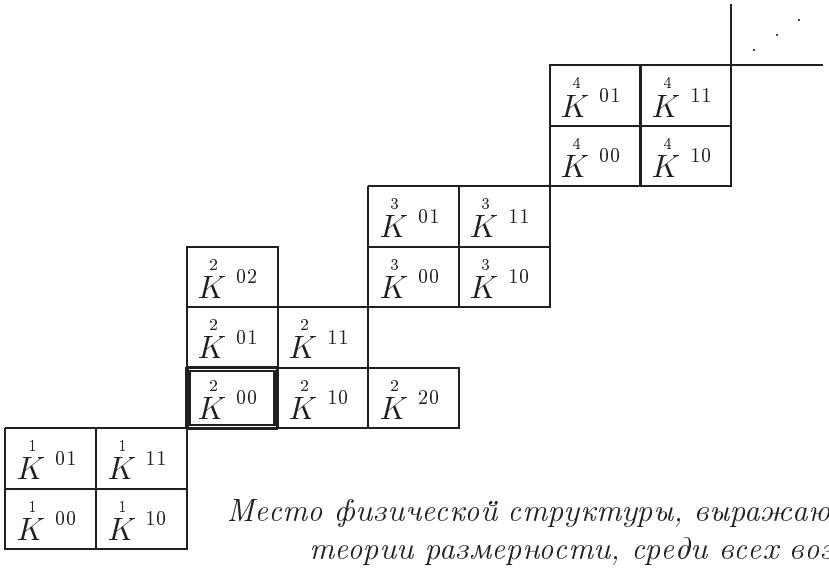
- отпадает необходимость введения "именованных чисел", имеющих якобы какую-то особую нечисловую природу;
- делает возможным осуществлять с единицами физических величин обычные операции — умножение и деление, возведение в степень и извлечение корня [83].
- позволяет правильно сформулировать и написать выражение для физического закона, в виде, инвариантном относительно выбора эталонов e и процедуры измерения σ.

Сакральная формулировка теории размерности

$$\overset{\mathbf{2}}{\boldsymbol{K}}{}^{\boldsymbol{00}}_{\boldsymbol{\mu\nu;\,ik}}(\overset{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a}}) \equiv \mathbf{0}$$

[83] Что же касается операций сложения и вычитания, то в них, в силу специфики физических величин, просто нет необходимости. Дело в том, что физические величины возникают в результате существования особых отношений между множеством физических объектов $\mathfrak{M}$ и множеством измерительных приборов $\mathfrak{S}$, в основании которых лежит *мультипликативная* физическая структура ранга (2,2), обеспечивающая существование инвариантов $a\,(e,\,i)\,=\,\frac{a_\sigma\,(i)}{a_\sigma\,(e)}\,=\ldots=\,\frac{a_\lambda\,(i)}{a_\lambda\,(e)}$, не зависящих от случайного выбора той или иной измерительной операции σ. Другими словами, физическая величина, имея числовую природу, обладает ещё одним важным свойством: *отношение* двух физических величин инвариантно относительно выбора конкретной измерительной операции.

$$\overset{1}{a}_{\mu i} = \xi(\mu)_1\, x^1(i) = a_\mu(e) a(e,i)$$



Место физической структуры, выражающей сущность теории размерности, среди всех возможных физических структур.

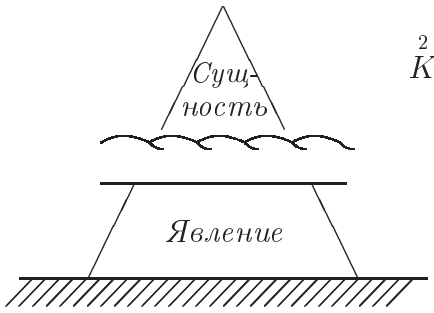
Итак, сущность теории размерности состоит в существовании сакральных отношений между множеством измерительных приборов $\underline{\mathfrak{S}}$ и множеством физических объектов $\overline{\mathfrak{M}}$. При этом каждый измерительный прибор μ является **вектором** сакрального одномерного векторного пространства, а каждый физический объект i является **вектором** другого сакрального одномерного векторного пространства.

Другими словами, теория размерности является сакральной вектор-векторной геометрией на двух множествах различной природы, дополненной соответствующей физической интерпретацией.

Сущность теории размерности состоит в равенстве нулю скалярного произведения двухвекторного корта измерительных приборов $\langle\, \mu\, \nu\, |$ на двухвекторный корт проводников $|\, i\, k\, \rangle$, объёмы каждого из которых тождественно равны нулю.

Другими словами, **сущность теории размерности состоит в наличии таких отношений между 2-векторным кортом измерительных приборов $\langle\, \mu\, \nu\, |$ и 2-векторным кортом физических объектов $|\, i\, k\, \rangle$, при которых имеет место физическая структура рода:**

$$\overset{2}{K}{}^{00}_{\mu\nu;\, ik}(\overset{1}{a}) = V(\mu,\nu)_{1;\,0}\; V^{1;\,0}(i,k) \equiv 0$$



$$\overset{2}{K}{}^{00}{}_{\mu\nu;\,ik}(\overset{1}{a}) \equiv 0$$

$$\ell = 10 \text{ см}$$

Явление и сущность теории размерности.

Бесчисленное множество других примеров приходит мне в голову, но мы должны остановиться на этом и сохранить наше повествование в разумных пределах, чтобы не уподобиться тем, о ком трагик Агафон сказал:

Им побочные дела – наиважнейшие,
А настоящие труды – лишь между делом. [1].



[1]. *Климент Александрийский.* Строматы. Том II, (книги 4 - 5). (перевод с древнегреческого Е.В.Афонасина[84]) Санкт-Петербург, 2003.
Изд-во Олега Абышко, С. 224 - 225.

[84] Удивительна и необычна научная карьера самого́ переводчика и комментатора “Стромат”, доктора философских наук, магистра искусств, старшего научного сотрудника Института философии и права СО РАН, преподавателя НГУ – моего ученика **Евгения Афонасина**. Он окончил физический факультет НГУ, но не стал физиком. В своей дипломной работе, посвящённой математическому основанию Теории физических структур, он не смог преодолеть возникших математических трудностей, однако в этой работе он показал себя как мыслитель,