Пример 13. Тонкие и толстые линзы

Законы геометрической оптики, действующие в толстых линзах, являются наглядной иллюстрацией спорадической физической структуры Михайличенко ранга (2,4),

$$\overset{2}{M}{}^{02}_{\alpha\beta;\,ikmn}(\overset{1}{p}) \equiv 0,$$

лежащей в основании (см. Пример 12) теории ангармонических отношений, инвариантных относительно проективных преобразований

$$x' = \frac{c_1 x + c_2}{x + c_3}.$$

Как известно, формула тонкой линзы имеет следующий вид:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \tag{1}$$

или

$$\frac{1}{u_{\alpha i}} + \frac{1}{x_i} = \frac{1}{f_\alpha},$$

где $a = u_{\alpha i}$ – расстояние от изображения i^* до центра линзы α,
$b = x_i$ — расстояние от предмета i до центра линзы α,
$f = f_\alpha$ – фокусное расстояние тонкой линзы α.
(Заметим, что при $f_\alpha \to \infty \quad u_{\alpha i} \to -x_i$) (см рис. 1)

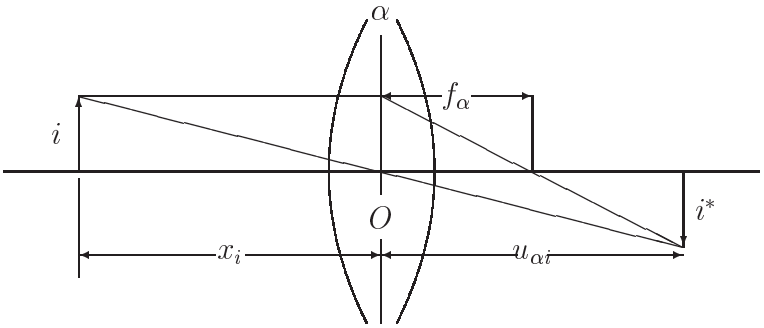


Рис. 1 Основные параметры тонкой линзы.

Заметим, что формула тонкой линзы может быть переписана в виде:

$$\overset{\circ}{w}_{\alpha i} = s_i + s_\alpha,$$

где

$$\overset{\circ}{w}_{\alpha i} = \frac{1}{u_{\alpha i}}$$

$$s_i = -\frac{1}{x_i} \qquad s_\alpha = \frac{1}{f_\alpha}.$$

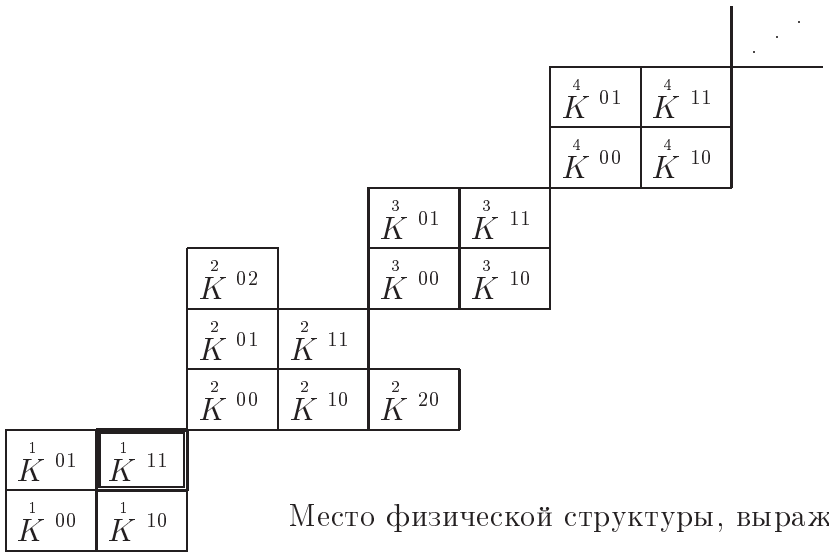
Таким образом,

Сакральная формулировка геометрической оптики тонких линз

имеет следующий вид:

$$\boxed{\overset{1}{\boldsymbol{K}}{}^{\boldsymbol{11}}_{\boldsymbol{\alpha\beta;\,ik}}(\mathring{\boldsymbol{w}}) = \begin{vmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} & \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{-1} & \mathring{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{\alpha i}} & \mathring{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{\alpha k}} \\ \boldsymbol{-1} & \mathring{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{\beta i}} & \mathring{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{\beta k}} \end{vmatrix} \equiv \boldsymbol{0}}$$

$$\mathring{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{\alpha i}} = \boldsymbol{s_i} + \boldsymbol{s_\alpha} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{u_{\alpha i}}} = -\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{x_i}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{f_\alpha}}$$

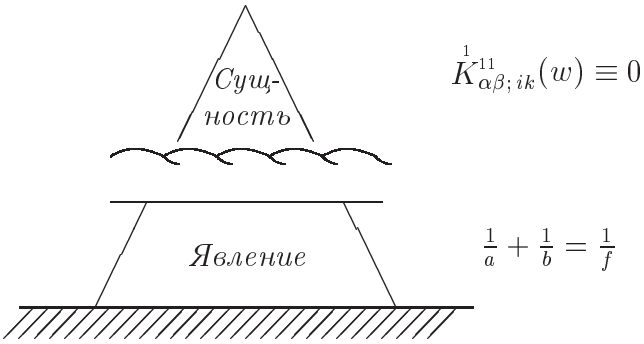


Место физической структуры, выражающей сущность законов геометрической оптики тонких линз, среди всех возможных физических структур.

Итак, сущность законов геометрической оптики тонких линз, состоит в существовании сакральных отношений между множеством тонких линз $\underline{\mathfrak{N}}$ и множеством предметов $\overline{\mathfrak{M}}$. При этом каждая линза $\underline{\boldsymbol{\alpha}}$ является **криптоточкой** сакрального нульмерного криптоточечного пространства, а каждый предмет $\overline{\boldsymbol{i}}$ является **криптоточкой** другого сакрального нульмерного криптоточечного пространства.

Другими словами, геометрическая оптика тонких линз является сакральной криптоточечно-криптоточечной геометрией на двух множествах различной природы, дополненной соответствующей физической интерпретацией.

Сущность закона геометрической оптики тонких линз состоит в равенстве нулю скалярного произведения двухкриптоточечного корта линз на двухкриптоточечный корт предметов, объёмы которых одновременно тождественно равны нулю.



Явление и сущность закона геометрической оптики тонких линз.

Что же касается закона распределения света в толстых линзах, то формула толстой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \tag{2}$$

по своему физическому смыслу существенно отличается от формулы (1).

Дело в том, что, как известно, толстая линза α характеризуется не только фокусным расстоянием F_α, но и двумя главными плоскостями H_1 и H_2, от которых отсчитываются расстояние a до предмета i и расстояние b до изображения i^*. А так как положение главных плоскостей H_1 и H_2 ничем не выделено, то на опыте измеряются расстояние x_i от предмета i до передней поверхности линзы α и расстояние $u_{\alpha i}$ от изображения i^* до её задней поверхности.

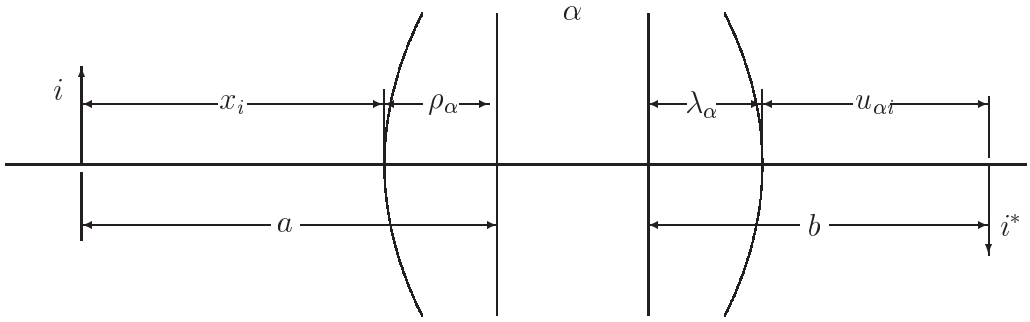


Рис. 2 Основные параметры толстой линзы.

Таким образом, формула толстой линзы может быть записана в виде:

$$\frac{1}{u_{\alpha i} + \lambda_\alpha} + \frac{1}{x_i + \rho_\alpha} = \frac{1}{F_\alpha}, \tag{3}$$

где ρ_α — расстояние от передней поверхности линзы до первой главной плоскости H_1;
λ_α — расстояние от задней поверхности линзы до второй главной плоскости H_2;
x_i — расстояние от предмета i до передней поверхности линзы;
$u_{\alpha i}$ — расстояние от изображения i^* до задней поверхности линзы;
F_α — фокусное расстояние толстой линзы.

Из равенства (3) следует выражение двухиндексного расстояния $u_{\alpha i}$ как функции **одного** параметра x_i, характеризующего предмет i и **трёх** параметров F_α, ρ_α и λ_α, характеризующих толстую линзу α:

$$u_{\alpha i} = \frac{\xi_\alpha x_i + \sigma_\alpha}{x_i + \zeta_\alpha}, \tag{4}$$

где

$$\xi_\alpha = F_\alpha - \lambda_\alpha$$
$$\sigma_\alpha = (F_\alpha - \lambda_\alpha)\rho_\alpha + F_\alpha\lambda_\alpha$$
$$\zeta_\alpha = \rho_\alpha - F\alpha.$$

Итак, возьмём четыре предмета i, k, m, n из множества предметов $\mathfrak{M}$ и две толстые линзы α, β из множества $\mathfrak{N}$ и запишем восемь однотипных выражений:

$$\begin{aligned}
u_{\alpha i} &= \frac{\xi_\alpha x_i + \sigma_\alpha}{x_i + \zeta_\alpha} & u_{\beta i} &= \frac{\xi_\beta x_i + \sigma_\beta}{x_i + \zeta_\beta} \\
u_{\alpha k} &= \frac{\xi_\alpha x_k + \sigma_\alpha}{x_k + \zeta_\alpha} & u_{\beta k} &= \frac{\xi_\beta x_k + \sigma_\beta}{x_k + \zeta_\beta} \\
u_{\alpha m} &= \frac{\xi_\alpha x_m + \sigma_\alpha}{x_m + \zeta_\alpha} & u_{\beta m} &= \frac{\xi_\beta x_m + \sigma_\beta}{x_m + \zeta_\beta} \\
u_{\alpha n} &= \frac{\xi_\alpha x_n + \sigma_\alpha}{x_n + \zeta_\alpha} & u_{\beta n} &= \frac{\xi_\beta x_n + \sigma_\beta}{x_n + \zeta_\beta}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Ясно, что система восьми уравнений (5) относительно десяти неизвестных

$$x_i,\ x_k,\ x_m,\ x_n;\ \xi_\alpha,\ \sigma_\alpha,\ \zeta_\alpha;\ \xi_\beta,\ \sigma_\beta,\ \zeta_\beta$$

должна иметь специальный вид, чтобы можно было исключить из неё все десять неизвестных и получить при этом одно соотношение между восемью однотипными расстояниями

$$u_{\alpha i},\ u_{\alpha k},\ u_{\alpha m},\ u_{\alpha n};\ u_{\beta i},\ u_{\beta k},\ u_{\beta m},\ u_{\beta n}.$$

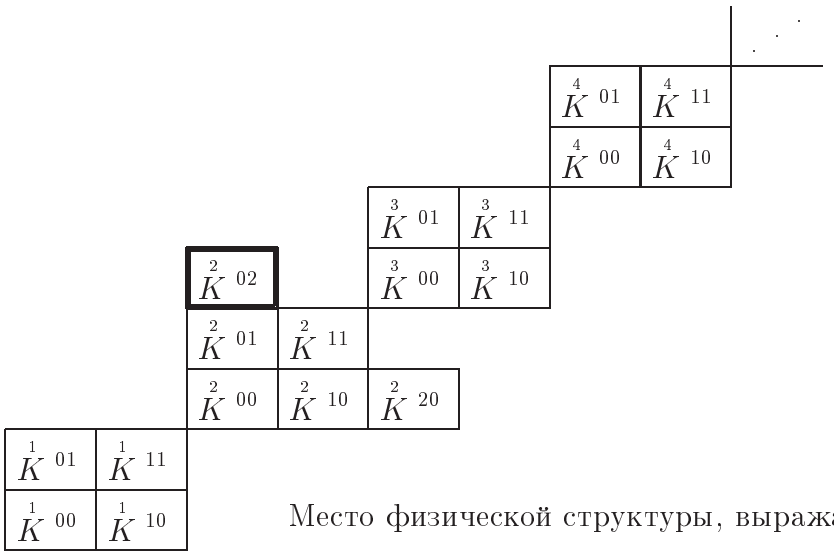
Итак, исключая из восьми уравнений (5) все параметры x_i, x_k, x_m, x_n, характеризующие четыре предмета i, k, m, n и все параметры $\xi_\alpha, \sigma_\alpha, \zeta_\alpha;\ \xi_\beta, \sigma_\beta, \zeta_\beta$, характеризующие две толстые линзы α и β, получим следующее соотношение между измеряемыми на опыте расстояниями в виде:

Сакральная формулировка геометрической оптики толстых линз

$$\forall \alpha\beta \in \mathfrak{N} \qquad \forall i,k,m,n \in \mathfrak{M}$$

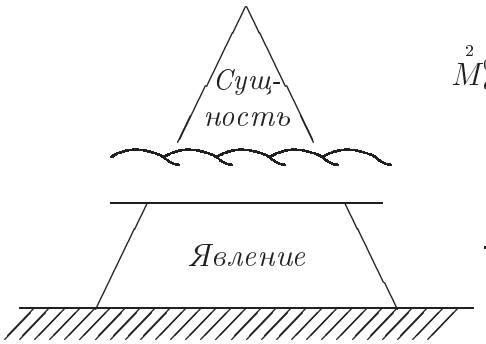
$$\overset{1}{M}{}^{02}_{\alpha\beta;\,ikmn}(\overset{1}{p}) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ p_{\alpha i} & p_{\alpha k} & p_{\alpha m} & p_{\alpha n} \\ p_{\beta i} & p_{\beta k} & p_{\beta m} & p_{\beta n} \\ p_{\alpha i}p_{\beta i} & p_{\alpha k}p_{\beta k} & p_{\alpha m}p_{\beta m} & p_{\alpha n}p_{\beta n} \end{vmatrix} \equiv 0$$

$$\overset{1}{p}_{\alpha i} = u_{\alpha i} = \frac{\xi_\alpha x_i + \sigma_\alpha}{x_i + \zeta_\alpha}$$



Место физической структуры, выражающей сущность законов геометрической оптики толстых линз, среди всех возможных физических структур.

Итак, сущность законов геометрической оптики толстых линз состоит в существовании сакральных отношений между множеством толстых линз $\underline{\mathfrak{N}}$ и множеством предметов $\overline{\mathfrak{M}}$.



$$\overset{2}{M}{}^{02}_{\alpha\beta;\,ikmn}(p) \equiv 0$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

Явление и сущность закона геометрической оптики толстых линз.



Озарение: истина где-то рядом! (Школа ТФС – 2000)

Фото W. Sumner