Пример 8. Векторная алгебра

Один из самых приятных моментов в истории математики – это момент, когда выясняется, что два раздела математики, которые ранее рассматривались отдельно и считались несвязанными, в действительности являются двумя скрытыми формами одного и того же [1].

— *У.У. Сойер*

Ключевыми понятиями векторной алгебры являются:

векторное пространство,
вектор,
размерность и
скалярное произведение двух векторов.

Ключевыми понятиями теории физических структур являются,

два множества левых и правых субэйдосов,
репрезентатор,
корты левых и правых субэйдосов,
ранг,
верификатор,
сакральная диаграмма,
сакральное тождество,
координатные матрицы левых и правых кортов,
объёмы левых и правых кортов.

Задача состоит в том, чтобы установить соответствие между хорошо известной векторной алгеброй и универсальной сакральной геометрией, возникшей в рамках Теории физических структур. При этом важно проследить, как из общего принципа сакральной симметрии при наложении простейшего требования симметрии возникают понятия двух типов векторов с ко- и контравариантными координатами, билинейное скалярное произведение, метрический тензор, дважды окаймлённый верификатор, ко- и контравариантные координатные матрицы и объёмы ко- и контравариантных кортов.

В сакральной геометрии необходимо различать три следующих множества:
1. Множество обычных нейтральных векторов

$$\overleftrightarrow{\mathfrak{M}} = \{\overleftrightarrow{i}, \overleftrightarrow{k}, \ldots\}$$

2. Множество ковариантных левых векторов:

$$\overleftarrow{\mathfrak{M}} = \{\overleftarrow{i}, \overleftarrow{k}, \ldots\}$$

3. Множество контравариантных правых векторов:

$$\vec{\mathfrak{M}} = \{\vec{i}, \vec{k}, \ldots\}.$$

Нейтральный вектор $\overleftrightarrow{i}$ представляет собой своеобразный диполь $\overleftrightarrow{i} \equiv |\vec{i}\rangle\langle\overleftarrow{i}|$, состоящий из двух компонент:

из контравариантного правого вектора $\vec{i} = |\vec{i}\rangle$

и ковариантного левого вектора $\overleftarrow{i} = \langle\overleftarrow{i}|$.

Особенность векторной алгебры состоит в том, что множества $\overleftarrow{\mathfrak{M}}_n$ и $\vec{\mathfrak{M}}_n$ ковариантных и контравариантных векторов имеют одинаковую природу, в результате чего можно говорить о симметрических (или антисимметрических) репрезентаторах, описывающих отношения между множестами $\overleftarrow{\mathfrak{M}}_n$ и $\vec{\mathfrak{M}}_n$.

Таким образом, репрезентатор представляет собой хорошо известное скалярное произведение двух векторов $\overleftarrow{i} \in \overleftarrow{\mathfrak{M}}_n$ и $\vec{k} \in \vec{\mathfrak{M}}_n$

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}} = x_\mu(\overleftarrow{i})x^\mu(\vec{k}),$$
$$\text{где} \quad \mu = 1, 2, \ldots, n,$$

удовлетворяющее одному дополнительному условию – требованию **симметрии**

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}} = \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{k}\,\vec{i}}.$$

Требование симметрии накладывает на ко- и контравариантные координаты $x_\mu(\overleftarrow{i})$ и $x^\mu(\vec{i})$ дополнительное требование линейной зависимости

$$x_\mu(\overleftarrow{i}) = g_{\mu\nu}x^\nu(\vec{i});$$

в результате чего в сакральной геометрии (и соответственно – в векторной алгебре) возникает симметрический метрический тензор $g_{\mu\nu}$.

Итак, симметрический репрезентатор имеет вид

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}} = g_{\mu\nu}x^\mu(\vec{i})x^\nu(\vec{k}) =$$
$$= g^{\mu\nu}x_\mu(\overleftarrow{i})x_\nu(\overleftarrow{k}) = \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{k}\,\vec{i}} \qquad (g^{\mu\lambda}g_{\lambda\nu} = \delta^\mu_\nu).$$

Легко убедиться в том, что если взять произвольный корт[79], состоящий из $n+1$ ковариантных левых векторов $\langle\ \overleftarrow{i}_1\ \overleftarrow{i}_2 \ldots \overleftarrow{i}_{n+1}\ |$, и произвольный корт, состоящий из $n+1$ контравариантных правых векторов $|\ \vec{k}_1\ \vec{k}_2 \ldots \vec{k}_{n+1}\ \rangle$ и рассмотреть $(n+1)^2$ скалярных произведений

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\,\vec{k}_1}, \quad \ldots, \quad \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\,\vec{k}_{n+1}},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\,\vec{k}_1}, \quad \ldots, \quad \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\,\vec{k}_{n+1}},$$

[79] *корт* – сокращённая форма термина *кортеж* (упорядоченная последовательность конечного числа элементов).

то они окажутся связанными друг с другом следующим соотношением:

$$\left| \begin{array}{ccc} \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\overrightarrow{k}_1} & \dots & \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\overrightarrow{k}_{n+1}} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\overrightarrow{k}_1} & \dots & \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\overrightarrow{k}_{n+1}} \end{array} \right| \equiv 0.$$

В самом деле, легко убедиться в существовании следующих тождеств:

$$\left| \begin{array}{ccc} \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\overrightarrow{k}_1} & \dots & \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\overrightarrow{k}_{n+1}} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\overrightarrow{k}_1} & \dots & \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\overrightarrow{k}_{n+1}} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} g_{\mu 1}x^{\mu}(\overrightarrow{i}_1) & \dots & g_{\mu n}x^{\mu}(\overrightarrow{i}_1) \quad 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ g_{\mu 1}x^{\mu}(\overrightarrow{i}_{n+1}) & \dots & g_{\mu n}x^{\mu}(\overrightarrow{i}_{n+1}) \quad 0 \end{array} \right| \times$$

$$\times \left| \begin{array}{ccc} x^1(\overrightarrow{k}_1) & \dots & x^1(\overrightarrow{k}_{n+1}) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ x^n(\overrightarrow{k}_1) & \dots & x^n(\overrightarrow{k}_{n+1}) \\ 0 & \dots & 0 \end{array} \right| \equiv 0$$

и

$$\left| \begin{array}{ccc} \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\overrightarrow{k}_1} & \dots & \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_1\overrightarrow{k}_{n+1}} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\overrightarrow{k}_1} & \dots & \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}_{n+1}\overrightarrow{k}_{n+1}} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} x^1(\overrightarrow{i}_1) & \dots & x^n(\overrightarrow{i}_1) \quad 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ x^1(\overrightarrow{i}_{n+1}) & \dots & x^n(\overrightarrow{i}_{n+1}) \quad 0 \end{array} \right| \times$$

$$\times \left| \begin{array}{ccc} g_{1\nu}x^{\nu}(\overrightarrow{k}_1) & \dots & g_{1\nu}x^{\nu}(\overrightarrow{k}_{n+1}) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & & \\ g_{n\nu}x^{\nu}(\overrightarrow{k}_1) & \dots & g_{n\nu}x^{\nu}(\overrightarrow{k}_{n+1}) \end{array} \right| \equiv 0.$$

Этот факт связи между $(n+1)^2$ скалярными произведениями означает, что на множестве ковариантных векторов $\overleftarrow{\mathfrak{M}}_n$ и множестве контравариантных векторов $\overrightarrow{\mathfrak{M}}_n$ имеет место *мультипликативная физическая структура ранга* $(n+1, n+1)$ или, другими словами, *физическая структура рода* $\overset{n+1}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\dots\overleftarrow{i}_{n+1};\overrightarrow{k}_1\dots\overrightarrow{k}_{n+1}}(\overset{n}{a}) \equiv 0$ с симметрическим репрезентатором

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftrightarrow{i\,k}} = \overset{n}{a}{}_{\overleftrightarrow{k\,i}} = g_{\mu\nu}x^{\mu}(\overrightarrow{i})x^{\nu}(\overrightarrow{k}) = g^{\mu\nu}x_{\mu}(\overleftarrow{i})x_{\nu}(\overleftarrow{k}).$$

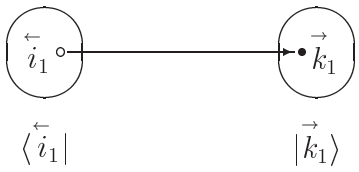
Рассмотрим более подробно сакральные геометрии, лежащие в основании векторных пространств, размерности $n = 0, 1$ и 2.

- Нульмерная векторная алгебра.

1. **Репрезентатором**, описывающим отношения между множеством ковариантных векторов $\overleftarrow{\mathfrak{M}}_0$ и множеством контравариантных векторов $\overrightarrow{\mathfrak{M}}_0$, является скалярное произведение между нульмерным ковариантным вектором $\overleftarrow{i} \in \overleftarrow{\mathfrak{M}}_0$ и нульмерным контравариантным вектором $\overrightarrow{k} \in \overrightarrow{\mathfrak{M}}_0$

$$\overset{o}{a}{}^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i\ k} \equiv 0.$$

2. Фундаментальный закон нульмерной векторной алгебры как **сакральное отношение** между левым 1-векторным кортом $\langle \overset{\leftarrow}{i}|$ и правым 1-векторным кортом $|\vec{k}\rangle$ описывается следующей сакральной диаграммой:



3. Фундаментальный закон в сакрально-инвариантной форме, лежащий в основании нульмерной векторной алгебры, формулируется следующим образом:

для любого ковариантного левого вектора $\overset{\leftarrow}{i}_1 \in \overset{\leftarrow}{\mathfrak{M}}_0$ и любого контравариантного правого вектора $\vec{k}_1 \in \overset{\rightarrow}{\mathfrak{M}}_0$ имеет место следующее сакральное тождество:

$$\overset{1}{K}{}^{00}_{\overset{\leftarrow}{i}_1;\vec{k}_1}(\overset{o}{a}) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \overset{o}{a}{}^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_1 k_1} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \equiv 0$$

4. Разложение фундаментальной матрицы на матричные множители:

$$\overset{1}{\mathbb{K}}{}^{00}_{\overset{\leftarrow}{i}_1;\vec{k}_1}(\overset{0}{a}) = \mathbb{X}(\overset{\leftarrow}{i}_1)_0 \cdot \mathbb{X}^0(\vec{k}_1)$$

5. Ковариантная координатная матрица левого 1-векторного корта $\langle \overset{\leftarrow}{i}_1|$

$$\mathbb{X}(\overset{\leftarrow}{i}_1)_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Ковариантный объём левого 1-векторного корта $\langle \overset{\leftarrow}{i}_1|$

$$V(\overset{\leftarrow}{i}_1)_0 = \begin{vmatrix} 0 \end{vmatrix} \equiv 0$$

7. Контравариантная координатная матрица правого 1-векторного корта $|\vec{k}_1\rangle$

$$\mathbb{X}^0(\vec{k}_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Контравариантный объём правого 1-векторного корта $|\vec{k}_1\rangle$

$$V^0(\vec{k}_1) = \left| \ 0 \ \right| \equiv 0$$

9. Разделение нечисловых переменных

$$\overset{1}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i_1};\vec{k}_1}(\overset{0}{a}) = V(\overleftarrow{i_1})_0 \ V^0(\vec{k}_1) \equiv 0$$

10. Каждый ковариантный левый вектор $\overleftarrow{i}$ характеризуется нульмерным ковариантным вектором-строкой:

$$\overleftarrow{i} \longleftrightarrow \left(\ 0 \, ; \ \ ; 0 \ \right)$$

Каждый контравариантный правый вектор $\vec{k}$ характеризуется нульмерным контравариантным вектором-столбцом:

$$\vec{k} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ ., \\ ., \\ 0 \end{pmatrix}$$

11. Таким образом, $\overset{o}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}}$ представляет собой скалярное произведение двух нульмерных векторов, один из которых (ковариантный) характеризует левый вектор $\overleftarrow{i}$, а другой (контравариантный) – правый вектор $\vec{k}$:

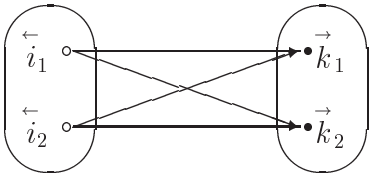
$$\overset{o}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}} = \left(\ 0 \, ; \ \ ; 0 \ \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ ., \\ ., \\ 0 \end{pmatrix} \equiv 0$$

- Одномерная векторная алгебра

1. **Репрезентатором**, описывающим отношения между множеством ковариантных векторов $\overleftarrow{\mathfrak{M}}_1$ и множеством контравариантных векторов $\vec{\mathfrak{M}}_1$, является скалярное произведение между одномерным ковариантным вектором $\overleftarrow{i} \in \overleftarrow{\mathfrak{M}}_1$ и одномерным контравариантным вектором $\vec{k} \in \vec{\mathfrak{M}}_1$:

$$\overset{1}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}} = x_1(\overleftarrow{i})x^1(\vec{k}) = g_{11}x^1(\vec{i})x^1(\vec{k}) = g^{11}x_1(\overleftarrow{i})x_1(\overleftarrow{k}) = \overset{1}{a}{}_{\overleftarrow{k}\,\vec{i}}.$$

2. Фундаментальный закон одномерной векторной алгебры как **сакральное отношение** между левым 2-векторным кортом $\langle \overleftarrow{i}_1 \ \overleftarrow{i}_2|$ и правым 2-векторным кортом $|\vec{k}_1 \ \vec{k}_2\rangle$ описывается следующей сакральной диаграммой:



$$\langle\, \overleftarrow{i}_1\ \overleftarrow{i}_2 \,| \qquad\qquad | \,\overrightarrow{k}_1\ \overrightarrow{k}_2\,\rangle$$

3. Фундаментальный закон в сакрально-инвариантной форме, лежащий в основании одномерной векторной алгебры, формулируется следующим образом:

для любых двух ковариантных левых векторов $\overleftarrow{i}_1,\ \overleftarrow{i}_2 \in \overleftarrow{\mathfrak{M}}_1$ и любых двух контравариантных правых векторов $\overrightarrow{k}_1,\ \overrightarrow{k}_2 \in \overrightarrow{\mathfrak{M}}_1$ имеет место следующее сакральное тождество:

$$\boxed{\overset{2}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\,\overleftarrow{i}_2;\,\overrightarrow{k}_1\,\overrightarrow{k}_2}(\overset{1}{a}) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \overset{1}{a}_{\overleftarrow{i}_1\,\overrightarrow{k}_1} & \overset{1}{a}_{\overleftarrow{i}_1\,\overrightarrow{k}_2} & 0 \\ 0 & \overset{1}{a}_{\overleftarrow{i}_2\,\overrightarrow{k}_1} & \overset{s}{\overset{1}{a}}_{\overleftarrow{i}_2\,\overrightarrow{k}_2} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \equiv 0}$$

4. Разложение фундаментальной матрицы на матричные множители:

$$\overset{2}{\mathbb{K}}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\,\overleftarrow{i}_2;\,\overrightarrow{k}_1\,\overrightarrow{k}_2}(\overset{1}{a}) = \mathbb{X}(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2)_{10} \cdot \mathbb{X}^{10}(\overrightarrow{k}_1, \overrightarrow{k}_2)$$

5. Координатная матрица ковариантного левого 2-векторного корта $\langle\, \overleftarrow{i}_1\ \overleftarrow{i}_2|$

$$\mathbb{X}(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2)_{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & g_{11}x^1(\overleftarrow{i}_1) & 0 & 0 \\ 0 & g_{11}x^1(\overleftarrow{i}_2) & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Ковариантный объём левого 1-векторного корта $\langle\, \overleftarrow{i}_1\,|$

$$V(\overleftarrow{i}_1)_1 = \begin{vmatrix} g_{11}x^1(\overleftarrow{i}_1) \end{vmatrix}$$

7. Ковариантный объём левого 2-векторного корта $\langle\, \overleftarrow{i}_1\ \overleftarrow{i}_2\,|$

$$V(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2)_{10} = \begin{vmatrix} g_{11}x^1(\overleftarrow{i}_1) & 0 \\ g_{11}x^1(\overleftarrow{i}_2) & 0 \end{vmatrix} \equiv 0$$

8. Координатная матрица контравариантного правого 2-векторного корта $|\, \overrightarrow{k}_1\ \overrightarrow{k}_2\,\rangle$

$$\mathbb{X}^{10}(\overrightarrow{k}_1, \overrightarrow{k}_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x^1(\overrightarrow{k}_1) & x^1(\overrightarrow{k}_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Контравариантный объём правого 1-векторного корта $\mid \vec{k}_1 \rangle$

$$V^1(\vec{k}_1) = \left| \; x^1(\vec{k}_1) \; \right|$$

10. Контравариантный объём правого 2-векторного корта $\mid \vec{k}_1 \; \vec{k}_2 \rangle$

$$V^{10}(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \left| \begin{array}{cc} x^1(\vec{k}_1) & x^1(\vec{k}_2) \\ 0 & 0 \end{array} \right| \equiv 0$$

11. Разделение нечисловых переменных

$$\overset{1}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1;\,\vec{k}_1}(\overset{1}{a}) = V(\overleftarrow{i}_1)_1 \; V^1(\vec{k}_1)$$

$$\overset{2}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\,\overleftarrow{i}_2;\,\vec{k}_1\,\vec{k}_2}(\overset{1}{a}) = V(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2)_{10} \; V^{10}(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \equiv 0$$

12. Каждый ковариантный левый вектор $\overleftarrow{i}$ характеризуется одномерным ковариантным вектором-строкой:

$$\overleftarrow{i} \longleftrightarrow \Big(0 \; ; \; x_1(\overleftarrow{i}) \; ; \; 0 \Big) \; = \; \Big(0 \; ; \; g_{11} x^1(\vec{i}) \; ; \; 0 \Big)$$

Каждый контравариантный правый вектор $\vec{k}$ характеризуется одномерным контравариантным вектором-столбцом:

$$\vec{k} \longleftrightarrow \left(\begin{array}{c} 0 \\ \cdot, \\ x^1(\vec{k}) \\ \cdot, \\ 0 \end{array} \right)$$

13. Таким образом, $\overset{1}{a}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}}$ представляет собой скалярное произведение двух одномерных векторов, один из которых (ковариантный) характеризует левый вектор $\overleftarrow{i}$, а другой (контравариантный) – правый вектор $\vec{k}$:

$$\overset{1}{a}_{\overleftarrow{i}\,\vec{k}} = \Big(\; 0 \; ; \; g_{11} x^1(\vec{i}) \; ; \; 0 \Big) \cdot \left(\begin{array}{c} 0 \\ \cdot, \\ x^1(\vec{k}) \\ \cdot, \\ 0 \end{array} \right) = g_{11} x^1(\vec{i}) x^1(\vec{k})$$

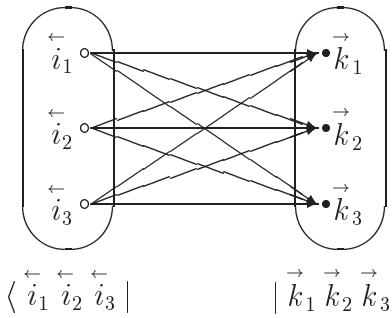
- Двумерная векторная алгебра

1. **Репрезентатором**, описывающим отношения между множеством ковариантных векторов $\overleftarrow{\mathfrak{M}}_2$ и множеством контравариантных векторов $\vec{\mathfrak{M}}_2$, является

скалярное произведение между двумерным ковариантным вектором $\overset{\leftarrow}{i} \in \overset{\leftarrow}{\mathfrak{M}}_2$ и двумерным контравариантным вектором $\vec{k} \in \overset{\rightarrow}{\mathfrak{M}}_2$:

$$\overset{2}{a}{}^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i\ k} = x_1(\overset{\leftarrow}{i})x^1(\vec{k}) + x_2(\overset{\leftarrow}{i})x^2(\vec{k}) = g_{\mu\nu}x^{\mu}(\vec{i})\nu(\vec{k}) = g^{\mu\nu}x_{\mu}(\overset{\leftarrow}{i})x_{\nu}(\overset{\leftarrow}{k}) = \overset{2}{a}{}^{\leftarrow\ \rightarrow}_{k\ i}$$

2. Фундаментальный закон двумерной векторной алгебры как **сакральное отношение** между левым 3-векторным кортом $\langle \overset{\leftarrow}{i}_1\ \overset{\leftarrow}{i}_2\ \overset{\leftarrow}{i}_3|$ и правым 3-векторным кортом $|\vec{k}_1\ \vec{k}_2\ \vec{k}_3\rangle$ описывается следующей сакральной диаграммой:



3. Фундаментальный закон в сакрально-инвариантной форме, лежащий в основании двумерной векторной алгебры, формулируется следующим образом:

для любых трёх ковариантных левых векторов $\overset{\leftarrow}{i}_1,\ \overset{\leftarrow}{i}_2,\ \overset{\leftarrow}{i}_3 \in \overset{\leftarrow}{\mathfrak{M}}_2$ и любых трёх контравариантных правых векторов $\vec{k}_1,\ \vec{k}_2,\ \vec{k}_3 \in \overset{\rightarrow}{\mathfrak{M}}_2$ имеет место следующее сакральное тождество:

$$\overset{3}{K}{}^{00}_{\overset{\leftarrow}{i}_1\ \overset{\leftarrow}{i}_2\ \overset{\leftarrow}{i}_3;\vec{k}_1\ \vec{k}_2\ \vec{k}_3}(\overset{2}{a}) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_1k_1} & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_1k_2} & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_1k_3} & 0 \\ 0 & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_2k_1} & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_2k_2} & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_2k_3} & 0 \\ 0 & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_3k_1} & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_3k_2} & a^{\leftarrow\ \rightarrow}_{i_3k_3} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \equiv 0$$

4. Разложение фундаментальной матрицы на матричные множители:

$$\overset{3}{\mathbb{K}}{}^{00}_{\overset{\leftarrow}{i}_1\ \overset{\leftarrow}{i}_2\ \overset{\leftarrow}{i}_3;\vec{k}_1\ \vec{k}_2\ \vec{k}_3}(\overset{2}{a}) = \mathbb{X}(\overset{\leftarrow}{i}_1, \overset{\leftarrow}{i}_2, \overset{\leftarrow}{i}_3)_{120} \cdot \mathbb{X}^{120}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$$

5. Координатная матрица ковариантного левого 3-векторного корта $\langle \overset{\leftarrow}{i}_1\ \overset{\leftarrow}{i}_2\ \overset{\leftarrow}{i}_3|$

$$\mathbb{X}(\overset{\leftarrow}{i}_1, \overset{\leftarrow}{i}_2, \overset{\leftarrow}{i}_3)_{120} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & x_1(\overset{\leftarrow}{i}_1) & x_2(\overset{\leftarrow}{i}_1) & 0 & 0 \\ 0 & x_1(\overset{\leftarrow}{i}_2) & x_2(\overset{\leftarrow}{i}_2) & 0 & 0 \\ 0 & x_1(\overset{\leftarrow}{i}_3) & x_2(\overset{\leftarrow}{i}_3) & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Ковариантный объём левого 1-векторного корта $\langle \overleftarrow{i}_\mu \mid$, где $\mu = 1, 2$

$$V(\overleftarrow{i}_1)_\mu = \left| \begin{array}{c} x_\mu(\overleftarrow{i}_1) \end{array} \right|$$

7. Ковариантный объём левого 2-векторного корта $\langle \overleftarrow{i}_1 \ \overleftarrow{i}_2 \mid$

$$V(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2)_{12} = \left| \begin{array}{cc} x_1(\overleftarrow{i}_1) & x_2(\overleftarrow{i}_1) \\ x_1(\overleftarrow{i}_2) & x_2(\overleftarrow{i}_2) \end{array} \right|$$

8. Ковариантный объём левого 3-векторного корта $\langle \overleftarrow{i}_1 \ \overleftarrow{i}_2 \ \overleftarrow{i}_3 \mid$

$$V(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2, \overleftarrow{i}_3)_{120} = \left| \begin{array}{ccc} x_1(\overleftarrow{i}_1) & x_2(\overleftarrow{i}_1) & 0 \\ x_1(\overleftarrow{i}_2) & x_2(\overleftarrow{i}_2) & 0 \\ x_1(\overleftarrow{i}_3) & x_2(\overleftarrow{i}_3) & 0 \end{array} \right| \equiv 0$$

9. Координатная матрица контравариантного правого 3-векторного корта $|\vec{k}_1 \ \vec{k}_2 \ \vec{k}_3\rangle$

$$\mathbb{X}^{120}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) = \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x^1(\vec{k}_1) & x^1(\vec{k}_2) & x^1(\vec{k}_3) & 0 \\ 0 & x^2(\vec{k}_1) & x^2(\vec{k}_2) & x^2(\vec{k}_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) .$$

10. Контравариантный объём правого 1-векторного корта $\mid \vec{k}_1 \rangle$

$$V^\mu(\vec{k}_1) = \left| \begin{array}{c} x^\mu(\vec{k}_1) \end{array} \right|$$

11. Контравариантный объём правого 2-векторного корта $\mid \vec{k}_1 \ \vec{k}_2 \rangle$

$$V^{12}(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \left| \begin{array}{cc} x^1(\vec{k}_1) & x^1(\vec{k}_2) \\ x^2(\vec{k}_1) & x^2(\vec{k}_2) \end{array} \right|$$

12. Контравариантный объём правого 3-векторного корта $|\vec{k}_1 \ \vec{k}_2 \ \vec{k}_3\rangle$

$$V^{120}(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) = \left| \begin{array}{ccc} x^1(\vec{k}_1) & x^1(\vec{k}_2) & x^1(\vec{k}_3) \\ x^2(\vec{k}_1) & x^2(\vec{k}_2) & x^2(\vec{k}_3) \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \equiv 0$$

13. Разделение нечисловых переменных

$$\overset{1}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1;\,\vec{k}_1}(\overset{2}{a}) = V(\overleftarrow{i}_1)_\mu \ V^\mu(\vec{k}_1) = V(\overleftarrow{i}_1)_1 \ V^1(\vec{k}_1) + V(\overleftarrow{i}_1)_2 \ V^2(\vec{k}_1)$$

$$\overset{2}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\,\overleftarrow{i}_2;\,\overrightarrow{k}_1\,\overrightarrow{k}_2}(\overset{2}{a}) = V(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2)_{12}\ V^{12}(\overrightarrow{k}_1, \overrightarrow{k}_2)$$

$$\overset{3}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\,\overleftarrow{i}_2\,\overleftarrow{i}_3;\,\overrightarrow{k}_1\,\overrightarrow{k}_2\,\overrightarrow{k}_3}(\overset{2}{a}) = V(\overleftarrow{i}_1, \overleftarrow{i}_2, \overleftarrow{i}_3)_{120}\ V^{120}(\overrightarrow{k}_1, \overrightarrow{k}_2, \overrightarrow{k}_3) \equiv 0$$

14. Каждый ковариантный левый вектор $\overleftarrow{i}$ характеризуется двумерным ковариантным вектором-строкой:

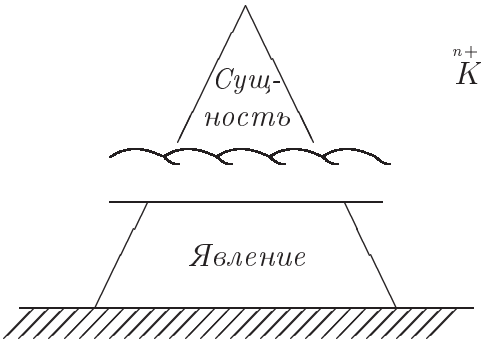
$$\overleftarrow{i} \longleftrightarrow \Big(0\ ;\ x_1(\overleftarrow{i}),\ x_2(\overleftarrow{i})\ ;\ 0\Big) = \Big(0\ ;\ g_{\mu 1}x^{\mu}(\overrightarrow{i}),\ g_{\mu 2}x^{\mu}(\overrightarrow{i})\ ;\ 0\Big)$$

Каждый контравариантный правый вектор $\overrightarrow{k}$ характеризуется двумерным контравариантным вектором-столбцом:

$$\overrightarrow{k} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ . \\ . \\ x^1(\overrightarrow{k}) \\ x^2(\overrightarrow{k}) \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix}$$

15. Таким образом, $\overset{2}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\overrightarrow{k}}$ представляет собой скалярное произведение двух двумерных векторов, один из которых (ковариантный) характеризует левый вектор $\overleftarrow{i}$, а другой (контравариантный) – правый вектор $\overrightarrow{k}$:

$$\overset{2}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\overrightarrow{k}} = \Big(\ 0\ ;\ g_{\mu 1}x^{\mu}(\overrightarrow{i}),\ g_{\mu 2}x^{\mu}(\overrightarrow{i})\ ;\ 0\Big) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ . \\ . \\ x^1(\overrightarrow{k}) \\ x^2(\overrightarrow{k}) \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix} = g_{\mu\nu}x^{\mu}(\overrightarrow{i})\nu(\overrightarrow{k})$$



$$\overset{n+1}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\,\overleftarrow{i}_2\ldots\overleftarrow{i}_{n+1};\overrightarrow{k}_1\,\overrightarrow{k}_2\ldots\overrightarrow{k}_{n+1}}(\overset{n}{a}) \equiv 0$$

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\overrightarrow{k}} = x_1(\overleftarrow{i})x^1(\overrightarrow{k}) + \ldots + x_n(\overleftarrow{i})x^n(\overrightarrow{k})$$

Явление и сущность n-мерной векторной алгебры.

Другими словами, *сущность n-мерной векторной алгебры состоит в наличии таких отношений между двумя $n+1$-векторными кортами $\langle \overleftarrow{i}_1, \ldots, \overleftarrow{i}_{n+1}|$ и $|\overrightarrow{k}_1, \ldots, \overrightarrow{k}_{n+1}\rangle$, при которых имеет место физическая структура рода:*

$$\overset{n+1}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i}_1\,\overleftarrow{i}_2\ldots\overleftarrow{i}_{n+1};\overrightarrow{k}_1\,\overrightarrow{k}_2\ldots\overrightarrow{k}_{n+1}}(\overset{n}{a}) \equiv 0$$

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\overrightarrow{k}} = x_\mu(\overleftarrow{i})x^\mu(\overrightarrow{k}) = g_{\mu\nu}x^\mu(\overrightarrow{i})x^\nu(\overrightarrow{k})$$

$$\mu, \nu = 1, 2, \ldots, n$$

удовлетворяющее одному дополнительному условию – требованию *симметрии*:

$$\overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{i}\,\overrightarrow{k}} = \overset{n}{a}{}_{\overleftarrow{k}\,\overrightarrow{i}}.$$

Подведём итоги:

Из всего сказанного следует, что

1. **Обычная n-мерная векторная алгебра – это сакральная n-мерная векторная геометрия с однородным симметрическим репрезентатором**

2. В её основании лежат два множества одной и той же природы:
множество ковариантных левых векторов:

$$\overleftarrow{\mathfrak{M}} = \{\overleftarrow{i}, \overleftarrow{k}, \ldots\}$$

и множество контравариантных правых векторов:

$$\overrightarrow{\mathfrak{M}} = \{\overrightarrow{i}, \overrightarrow{k}, \ldots\}$$

3. Заметим далее, что обычный ковариантный вектор

$$\overset{*}{i} = \left(x_1(\overleftarrow{i}), \ldots x_n(\overleftarrow{i}) \right) = \left(0 \; ; \; x_1(\overleftarrow{i}), \ldots x_n(\overleftarrow{i}) \; ; \; 0 \right)$$

представляет собой ковариантный левый вектор с $p = 0$ и $\mu = 0$

$$i = \left(p \; ; \; x_1(\overleftarrow{i}), \ldots x_n(\overleftarrow{i}) \; ; \; \mu \right),$$

а контравариантный вектор

$$\overset{*}{k} = \begin{pmatrix} x^1(\vec{k}) \\ \cdots \\ x^n(\vec{k}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot, \\ x^1(\vec{k}) \\ \cdots \\ x^n(\vec{k}) \\ \cdot, \\ 0 \end{pmatrix}$$

есть контравариантный правый вектор с $q = 0$ и $\nu = 0$,

$$k = \begin{pmatrix} \nu \\ \cdot, \\ x^1(\vec{k}) \\ \cdots \\ x^n(\vec{k}) \\ \cdot, \\ q \end{pmatrix},$$

где p и q – гипергеометрические заряды соответственно левого и правого математического объекта, μ и ν – соответствующие криптометрические заряды.

4. Из Теории физических структур следует существование репрезентатора

$$\overset{n}{a}_{\overset{\leftarrow}{i}\,\vec{k}} = x_\mu(\overset{\leftarrow}{i})x^\mu(\vec{k}),$$

билинейного относительно ковариантных и контравариантных координат $x_\mu(\overset{\leftarrow}{i})$ и $x^\mu(\vec{k})$.

5. Из условия симметрии $\overset{n}{a}_{\overset{\leftarrow}{i}\,\vec{k}} = \overset{n}{a}_{\overset{\leftarrow}{k}\,\vec{i}}$ с неизбежностью вытекает существование метрического тензора $g_{\mu\nu}$, связывающего линейной зависимостью ко- и контравариантные координаты

$$x_\mu(\overset{\leftarrow}{i}) = g_{\mu\nu}x^\nu(\vec{i}).$$

6. В итоге получаем следующее выражение для однородного симметричного репрезентатора

$$\overset{n}{a}_{\overset{\leftarrow}{i}\,\vec{k}} = g_{\mu\nu}x^\mu(\vec{i})x^\nu(\vec{k}).$$

Здесь следует отметить, что хорошо известное скалярное произведение двух векторов $\overset{\leftarrow}{i} \in \overset{\leftarrow}{\mathfrak{M}}_n$ и $\vec{k} \in \vec{\mathfrak{M}}_n$ как однородная билинейная функция двух групп переменных

$$\overset{n}{a}_{\overset{\leftarrow}{i}\,\vec{k}} = x_\mu(\overset{\leftarrow}{i})x^\mu(\vec{k}),$$

которая в векторной алгебре вносится “руками” по определению, в сакральной геометрии возникает с неизбежностью как **одно из четырёх возможных решений сакрального уравнения**, лежащего в основании Теории физических структур.

7. Дважды окаймлённый верификатор

$$\overset{n+1}{K}{}^{00}_{\overleftarrow{i_1}\,\overleftarrow{i_2}\ldots\,\overleftarrow{i_{n+1}};\overrightarrow{k_1}\,\overrightarrow{k_2}\ldots\,\overrightarrow{k_{n+1}}}(\overset{n}{a}) = \left|\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 \\ 0 & a_{\overleftarrow{i_1}\,\overrightarrow{k_1}} & \ldots & a_{\overleftarrow{i_1}\,\overrightarrow{k_{n+1}}} & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & a_{\overleftarrow{i_{n+1}}\,\overrightarrow{k_1}} & \ldots & a_{\overleftarrow{i_{n+1}}\,\overrightarrow{k_{n+1}}} & 0 \\ -1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{array}\right| \equiv 0 \quad ,$$

естественным образом возникающий в рамках Теории физических структур и лежащий в основании n-мерной векторной сакральной геометрии, в обычной векторной алгебре есть не что иное, как хорошо известный обобщённый определитель Грама:

$$\overset{n+1}{\Gamma}{}_{\overleftarrow{i_1}\,\overleftarrow{i_2}\ldots\,\overleftarrow{i_{n+1}};\overrightarrow{k_1}\,\overrightarrow{k_2}\ldots\,\overrightarrow{k_{n+1}}}(\overset{n}{a}) = \left|\begin{array}{ccc} a_{\overleftarrow{i_1}\,\overrightarrow{k_1}} & \ldots & a_{\overleftarrow{i_1}\,\overrightarrow{k_{n+1}}} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{\overleftarrow{i_{n+1}}\,\overrightarrow{k_1}} & \ldots & a_{\overleftarrow{i_{n+1}}\,\overrightarrow{k_{n+1}}} \end{array}\right| \equiv 0.$$

8. В конечном итоге фундаментальный закон, лежащий в основании векторной алгебры, сводится к равенству нулю ковариантного объёма левого $n+1$-векторного корта

$$V(\overleftarrow{i}_1, \ldots, \overleftarrow{i}_n, \overleftarrow{i}_{n+1})_{1\ldots n0} \equiv 0$$

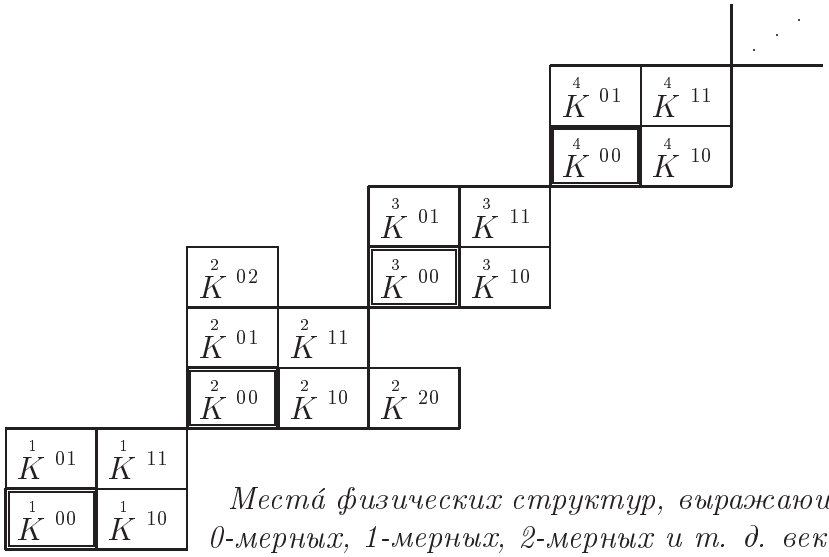
и контравариантного объёма правого $n+1$-векторного корта

$$V^{1\ldots n0}(\overrightarrow{k}_1, \ldots, \overrightarrow{k}_n, \overrightarrow{k}_{n+1}) \equiv 0.$$

Сакральная формулировка векторной алгебры

$$\boxed{\overset{n+1}{K}{}^{00}(\overset{n}{a}) \equiv 0}$$

$$\overset{n}{a} = g_{\mu\nu}x^{\mu}(\overrightarrow{i})x^{\nu}(\overrightarrow{k})$$



Места́ физических структур, выражающих сущность 0-мерных, 1-мерных, 2-мерных и т. д. векторных алгебр, среди всех возможных физических структур.

Литература к Примеру 8

[1]. *Сойер У.У.* Прелюдия к математике. Просвещение, М.: 1965, С. 90.