

СИБИРСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

(Отдельный оттиск)

ТОМ XXX № 1 1989

НАУКА
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

(физическую структуру) ранга (3,3), если локально множество значений отображения P представляет собой подмножество множества нулей некоторой функции Φ от девяти переменных с $\text{grad } \Phi \neq 0$ на плотном в $\mathbb{M}^4 \times \mathbb{N}^3$ подмножестве. В геометрии двух множеств под движением следует понимать такую пару гладких локальных преобразований многообразий $\mathbb{M}$ и $\mathbb{N}$, при которых метрика f сохраняется. Множество всех движений составляет локальную 4-параметрическую группу, для которой метрика f является невырожденным двухточечным инвариантом.

В § 1 находятся с точностью до подобия (замены координат) в каждом изоморфном классе все 4-мерные алгебры Ли преобразований плоскости. Результаты классификации составляют содержание теоремы 1. Основной метод доказательства состоит в следующем. Общее выражение $X_4 = \lambda(x, y)\partial_x + \sigma(x, y)\partial_y$ для четвертого базисного оператора алгебры Ли подставляется в коммутаторы $[X_1, X_4]$, $[X_2, X_4]$, $[X_3, X_4]$, где операторы X_1, X_2, X_3 образуют базис трехмерной подалгебры (см. «Сиб. мат. журн.», 1982, т. 23, № 5, с. 132). Относительно функций λ и σ получается система шести дифференциальных уравнений, решение которой задает явное выражение для оператора X_4 . Результаты теоремы 1 сравниваются с соответствующими результатами С. Ли. Оказалось, что с точностью до изоморфного подобия (подобия в смысле С. Ли), допускающего кроме замены координат еще и линейное преобразование базиса алгебры, они полностью совпадают. Результаты же теоремы 1 дополняют классификацию С. Ли с точностью до подобия, допускающего в каждом изоморфном классе только замену координат.

В § 2 находятся двухточечные инварианты как решения соответствующих систем четырех дифференциальных уравнений. Результаты их интегрирования входят в теорему 2: для 4-параметрических локальных групп локальных преобразований двумерных многообразий $\mathbb{M}$ и $\mathbb{N}$ существуют два и только два невырожденных двухточечных инварианта, которые с точностью до подобия (замены координат) и эквивалентности (переход $\psi(f) \rightarrow f$) задаются выражениями $f = x\xi + y + \eta$ и $f = x\xi + y\eta$. Анализ доказательства теоремы 2 позволяет также сделать вывод, что без уточнения классификации С. Ли в пределах подобия ни один из этих двух инвариантов получить быть не может, что и подтверждает необходимость такого уточнения.

Библиогр. 9.

г. Новосибирск

Статья поступила
28 февраля 1985 г.

УДК 512.816

Г. Г. МИХАЙЛИЧЕНКО

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ОБ ИЗОМОРФИЗМЕ И ПОДОБИИ ГРУПП ПРЕОБРАЗОВАНИЙ, ИХ РАСШИРЕНИИ И ДВУХТОЧЕЧНЫХ ИНВАРИАНТАХ¹

Рассмотрим две локальные r -параметрические группы Ли $G^r(\lambda)$ и $H^r(\sigma)$ локальных преобразований m -мерного многообразия $\mathbb{M}$ и n -мерного многообразия $\mathbb{N}$ с порождающими отображениями $x' = \lambda(x, a)$ и $\xi' = \sigma(\xi, \alpha)$, с законами умножения $c = \varphi(a, b)$ и $\gamma = \psi(\alpha, \beta)$ в соответствующих параметрических группах G^r и H^r . Между группами $G^r(\lambda)$ и $H^r(\sigma)$ можно ввести три типа различных отношений эквивалентности: *изоморфизм* — когда их законы умножения φ и ψ связаны через замену

¹ Полностью статья депонирована в ВИНТИ за № 3658-В 87.

параметров; *изоморфное подобие* — когда их порождающие отображения λ и σ и законы умножения φ и ψ связаны через замену координат и параметров; *подобие* — когда порождающие отображения λ и σ связаны через замену координат при совпадении параметрических групп G' и H' . Изоморфно подобные группы изоморфны, однако изоморфные группы необязательно изоморфно подобны. В частности, изоморфное подобие невозможно, когда преобразуемые многообразия имеют различную размерность. Но даже и при $m=n$ изоморфные группы преобразований могут не быть изоморфно подобными. Все свои результаты по классификации групп преобразований С. Ли получал с точностью до изоморфного подобия. Подобные группы преобразований изоморфны и изоморфно подобны, однако изоморфно подобные группы не обязательно подобны. Во многих приложениях групп преобразований различие между изоморфным подобием и подобием никак себя не проявляет. По мнению автора, такое различие необходимо, так как оно, во-первых, приводит к задаче уточнения классификации групп преобразований (см. «Сиб. мат. журн.», 1982, т. 23, № 5, с. 132), и, во-вторых, открывает новые возможности неподобного взаимного расширения групп преобразований, инварианты которого можно рассматривать как метрику геометрии двух множеств. Оказывается, что уточнение в пределах подобия возможно только для тех групп преобразований, параметрические группы которых имеют внешние автоморфизмы. Например, трехпараметрические группы преобразований плоскости с порождающими отображениями $x' = x + a^1 + a^2 y - a^3 a^2/2$, $y' = y - a^3$ и $\xi' = \xi + a^1 + a^2 \eta + a^3 a^2/2$, $\eta' = \eta + a^2$ изоморфно подобны, но не подобны, а их общая параметрическая группа G^3 имеет внешние автоморфизмы. Если же параметрическая группа G' имеет только внутренние автоморфизмы, то для нее классификации групп преобразований с точностью до изоморфного подобия (подобия в смысле Ли) и подобия совпадают. Группа $G'(\lambda, \sigma)$ преобразований многообразия $M \times N$ называется *взаимным расширением групп $G'(\lambda)$ и $G'(\sigma)$* . Функция $f(x, \xi)$ называется *двухточечным инвариантом группы $G'(\lambda, \sigma)$* , если выполнено равенство $f(\lambda(x, a), \sigma(\xi, a)) = f(x, \xi)$. Расширение $G'(\lambda, \sigma)$ может быть подобным, а может быть и неподобным, причем инварианты таких расширений могут оказаться совершенно различными. Например, инвариант расширения $G^2(\lambda, \lambda)$ приведенных выше групп вырожден: $f = y - \eta$, в то время как инвариант расширения $G'(\lambda, \sigma)$ не вырожден: $f = x - \xi - y\eta$, хотя группы $G^2(\lambda)$ и $G^2(\sigma)$ изоморфно подобны.

Библиогр. 12.

г. Новосибирск

Статья поступила
3 июля 1985 г.

УДК 517.5 : 518.11

Е. Г. НИКИФОРОВА

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ИТЕРИРОВАННОЙ КЛИННЕРСКОЙ ВЫЧИСЛИМОСТИ*

В статье приводится вариант итерированной клиннерской вычислимости, объединяющий в себе свойства последней и регулярность всех аракулов в данной иерархии.

Библиогр. 3.

г. Барнаул

Статья поступила
27 января 1986 г.

* Полностью статья депонирована в ВИНТИ за № 2696-В 83.